

# **Cálculo das Variâncias Marginais em Redes de Teletráfego com Transbordos Múltiplos**

por

José Fernandes Craveirinha

Teresa Martínez Gomes

Jorge Sá Esteves

INESC – Núcleo de Coimbra

**Relatório de Investigação ET-T1  
Fevereiro de 1993**

# Cálculo das Variâncias Marginais em Redes de Teletráfego com Transbordos Múltiplos

por  
José Fernandes Craveirinha \*  
Teresa Martínez Gomes \*  
Jorge Sá Esteves †

21 de Fevereiro de 1993

INESC - Relatório de Investigação

## Resumo

Neste trabalho pretende-se abordar de forma sistematizada o problema do cálculo dos dois parâmetros (média e variância) utilizados para caracterizar os tráfegos marginais oferecidos aos feixes em redes de teletráfego com transbordos sucessivos, focando o problema do cálculo das variâncias. Para além da revisão dos modelos clássicos que enquadram e servem de base às análises biparamétricas desses tráfegos é desenvolvido um algoritmo recursivo baseado no modelo ERT e no conceito de função de Wan Chan [2]. Este método de cálculo original é proposto para a análise de redes com encaminhamento alternativo de tipo arbitrário, com transbordos múltiplos.

## 1 Introdução

A caracterização dos fluxos de tráfego em redes com transbordo, utilizando aproximações biparamétricas (média e variância) tem dado origem a uma vasta literatura científica desde há várias décadas, sobretudo no âmbito dos ITCs (International Teletraffic Congress) e em revistas especializadas (IEEE Transactions on Communications, IEE Proceedings, The Bell System Technical Journal). Se é aparente que os modelos de aproximação dos fluxos de tráfego e seus bloqueios marginais nos feixes das redes deste tipo, foram extensamente estudadas, também será de referir, na nossa opinião, que os aspectos algorítmicos (i.e. a obtenção de algoritmos eficientes para cálculo dos parâmetros envolvidos - médias variâncias e bloqueios marginais) e certos problemas de cálculo, nomeadamente das variâncias marginais, em redes de maior dimensão e/ou complexidade, com transbordos múltiplos ou transbordos mútuos, carecem de algum aprofundamento. É na tentativa de dar resposta a estas preocupações que se insere o presente trabalho.

\*INESC-Coimbra / Dep. Eng. Electrotécnica da Universidade de Coimbra

†INESC-Coimbra / Dep. Matemática da Universidade de Aveiro

Neste relatório pretende-se assim abordar de forma sistematizada o problema do cálculo dos dois parâmetros (média e variância) utilizados para caracterizar os tráfegos marginais oferecidos aos feixes em redes de teletráfego com encaminhamento alternativo, focando o problema do cálculo das variâncias. Para além da revisão dos modelos clássicos dos sistemas com transbordo que enquadram e servem de base às análises biparamétricas daqueles tráfegos é desenvolvido um algoritmo recursivo baseado no modelo ERT e no conceito de função de Wan Chan [2]. Este método de cálculo é proposto para a análise de redes com encaminhamento alternativo de tipo arbitrário, com transbordos múltiplos, considerando duas aproximações distintas para o cálculo das contribuições de cada fluxo marginal para o tráfego oferecido a cada arco (feixe) da rede.

## 2 Revisão do Método ERT de Wilkinson e Suas Extensões

Começaremos por rever o método ERT de Wilkinson [8] que serve de base à maioria das formulações biparamétricas do cálculo dos tráfegos de transbordo.

Considere-se o sistema de Kosten unidimensional com  $n$  grupos primários, aos quais são oferecidos tráfegos de Poisson de média  $A_j$ , cujos circuitos têm uma ocupação exponencial negativa e cujo tráfego de transbordo é oferecido a um grupo secundário com  $N$  circuitos igualmente com ocupações com uma duração exponencial negativa.

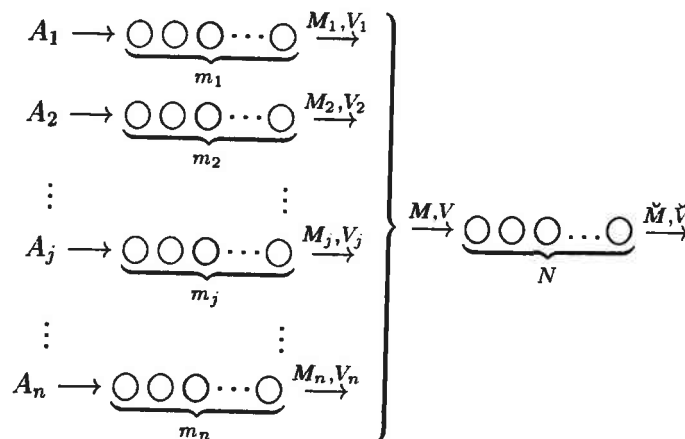


Figura 1: Sistema de Kosten Multidimensional

$M = \sum_{j=1}^n M_j$  e  $V = \sum_{j=1}^n V_j$  são a média e a variância do tráfego total oferecido ao grupo secundário, sendo  $M_j$  e  $V_j$  as médias e as variâncias do tráfego de transbordo do grupo  $j$  obtidos das expressões (exactas) do modelo de Kosten multidimensional:

$$M_j = A_j E_B(m_j, A_j) \quad (1)$$

$$V_j = M_j \left[ 1 - M_j + \frac{A_j}{m_j + 1 + M_j - A_j} \right] \quad (2)$$

O tráfego oferecido ao secundário é necessariamente um tráfego de pico e Wilkinson propõe que esse tráfego, caracterizado por  $(M, V)$ , seja aproximado pelo tráfego de transbordo de um grupo de Erlang-B com acesso completo e com  $x^* \in \mathbb{R}$  circuitos ao qual é oferecido um tráfego de Poisson de média  $A^*$  (Tráfego de Azar Equivalente - ERT).

O par de parâmetros  $(A^*, x^*)$  definem o "grupo de azar equivalente de Wilkinson",

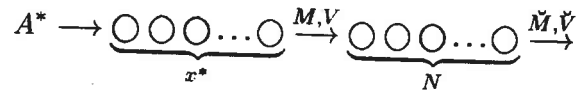


Figura 2: Grupo de Azar Equivalente de Wilkinson

Pelas equações (1) e (2) obtemos as equações de Wilkinson:

$$\begin{cases} M = A^* E_B(x^*, A^*) \\ V = M \left[ 1 - M + \frac{A^*}{x^* + 1 + M - A^*} \right] \end{cases} \quad (3)$$

Estas equações têm de ser resolvidas em ordem a  $x^*$  e  $A^*$ . Em [6] prova-se que a solução deste sistema existe e é única. Em 1964 Rapp [7] obtem uma solução aproximada desses parâmetros, em termos de fórmulas fechadas:

$$A^* \approx V + 3 \frac{V}{M} \left( \frac{V}{M} - 1 \right) \quad (4)$$

$$x^* \approx \frac{A^*}{1 - \frac{1}{M + \frac{V}{M}}} - M - 1 \quad (5)$$

Em [5] propõe-se uma iteradora de Newton-Raphson para a obtenção de uma solução mais precisa.

A Figura 2 não é mais do que a representação de um sistema de Brockmeyer (ver [7]) "equivalente" ao sistema de Kosten multidimensional, "equivalência" essa obtida pela aproximação ERT (Equivalent Random Traffic).

Então a congestão média de chamadas no sistema multidimensional de Kosten é dada por:

$$B_c = \frac{\check{M}}{M}$$

e pelo método ERT, poderá ser aproximada pelo bloqueio no sistema de Brockmeyer equivalente:

$$B_c \approx \frac{E_B(x^* + N, A^*)}{E_B(x^*, A^*)} = \frac{\check{M}}{M}$$

A variância do tráfego de transbordo  $\check{V}$  do sistema de Brockmeyer é:

$$\check{V} = \check{M} \left[ 1 - \check{M} + \frac{A^*}{x^* + N + 1 + \check{M} - A^*} \right]$$

## 2.1 A aproximação de Akimaru

Akimaru [1] desenvolveu um modelo, para aplicação em sistemas com transbordo nos quais as chamadas rejeitadas pelo grupo primário são oferecidas a um dado grupo secundário (situação representada em termos dum interruptor estocástico) com uma determinada probabilidade. Este modelo será utilizado para calcular o factor de pico do tráfego de transbordo oferecido a um arco de um caminho numa rede com encaminhamento alternativo pelo que será aqui revisto nessa perspectiva.

Considere-se um grupo de  $N_1$  circuitos ao qual é oferecido um tráfego de Poisson de média  $A$ . O tráfego de transbordo de tal grupo é depois oferecido a outro grupo de  $N_2$  circuitos quando um interruptor estocástico está fechado (Figura 3).

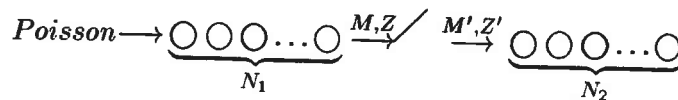


Figura 3: Interruptor estocástico

Seja:

$$R = Pr \{ \text{Interruptor estar fechado quando uma chamada sofre transbordo} \}$$

Então aquele autor demonstra que o factor de pico  $Z'$  do tráfego oferecido a  $N_2$  está relacionado com o factor de pico  $Z$  do transbordo de  $N_1$  por:

$$Z' = RZ + 1 - R$$

## 2.2 Cálculo da Variância do Tráfego de Transbordo Marginal

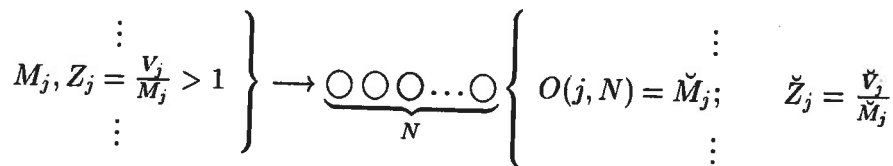


Figura 4: Sistema com Transbordos Marginais

Numa rede com transbordos múltiplos, o modelo de tráfego biparamétrico envolve o cálculo das variâncias marginais dos tráfegos de transbordo num dado feixe secundário, conforme se ilustra na Figura 4. Tomando como referência o fluxo marginal  $j$ , caracterizado pela média  $M_j$  e pela variância  $V_j$ , oferecido ao feixe  $N$  e conhecido  $\check{M}_j$ , média do tráfego de transbordo marginal correspondente – calculado pelo modelo aproximado dos tráfegos de transbordo em associação com o cálculo dos bloqueios marginais – pretende-se calcular a variância  $\check{V}_j = \check{Z}_j \check{M}_j$ . A aplicação a este problema, do modelo de cálculo sugerido por Delbrouck [4] e aplicado a transbordos múltiplos por Craveirinha & Summer

([3]) baseia-se na substituição de  $(M_j, V_j)$  por um grupo de azar equivalente 'marginal'  $(A'_j, n'_j)$  - Figura 5.

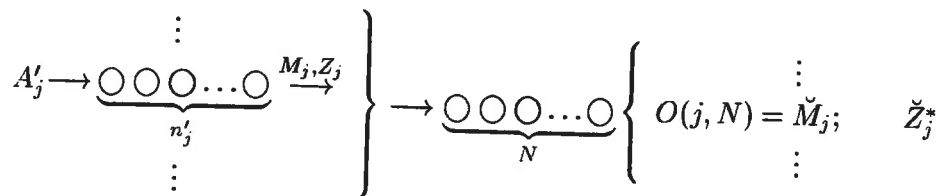


Figura 5: Grupo de Azar Equivalente Marginal

A solução aproximada de Rapp dá  $A'_j$ :

$$A'_j = M_j Z_j + 3Z_j (Z_j - 1) \quad (6)$$

Seja agora o grupo fictício auxiliar da Figura 6:

$$A'_j \rightarrow \underbrace{\circ \circ \circ \dots \circ}_{x'_j} \rightarrow O(j, x'_j) = \check{M}_j, \quad \check{Z}_j^* = \frac{\check{V}_j^*}{\check{M}_j}$$

Figura 6: Grupo Fictício Auxiliar

Considera-se então a aproximação  $\check{Z}_j^* \approx \check{Z}_j$ , sendo  $\check{Z}_j^*$  calculado da equação:

$$A'_j = \check{M}_j \check{Z}_j^* + 3\check{Z}_j^* (\check{Z}_j^* - 1) \quad (7)$$

Este método equivale a resolver aproximadamente:

$$\begin{aligned} \check{M}_j &= A'_j E_B(x'_j, A'_j) \\ \check{V}_j^* &= \check{Z}_j^* \check{M}_j = \check{M}_j \left( 1 - \check{M}_j + \frac{A'_j}{x'_j + 1 - A'_j + \check{M}_j} \right) \end{aligned}$$

e fazer  $\check{V}_j^* \approx \check{V}_j$ . Ou seja equivale a substituir o sistema da Figura 4 pelo modelo de 'Brockmeyer marginal' da Figura 7.

$$A'_j \rightarrow \underbrace{\underbrace{\circ \circ \circ \dots \circ}_{n'_j} \xrightarrow{M_j, V_j} \underbrace{\circ \circ \circ \dots \circ}_{N_j^*}}_{x'_j = n'_j + N_j^*} \rightarrow O(j) : \left\{ \begin{array}{l} \check{M}_j \\ V_j^* \approx \check{V}_j \end{array} \right.$$

Figura 7: Modelo de Brockmeyer Marginal Equivalente

(em que  $O \equiv$  Overflow=transbordo) onde  $N_j^*$  não é explicitamente calculado.

### 3 Cálculo do Tráfego Marginal Oferecido por um Fluxo a um Ramo numa Rede com Encaminhamento Alternativo

Iremos agora abordar o problema da caracterização dos tráfegos marginais num contexto mais geral e complexo: o cálculo das variâncias (e médias) respectivas num arco (feixe) numa rede multi-nodal (onde cada nodo representa um centro de comutação) com encaminhamento alternativo de tipo arbitrário com selecção condicional ponto a ponto (i.e. "originating office control with crankback"). A complexidade do cálculo resulta, para além dos transbordos múltiplos, do facto dos tráfegos só serem oferecidos a um ramo se os restantes ramos do caminho respectivo não estiverem bloqueados. Por outro lado podem surgir situações de transbordo mútuos entre arcos da rede.

Admitimos que cada fluxo de tráfego  $f = (v_i, v_j)$  entre o par de nodos  $v_i, v_j$  (i.e. de  $v_i$  para  $v_j$ ) tem associado um plano de encaminhamento  $P(f)$  definido por uma sequência de caminhos (completos) de  $v_i$  para  $v_j$  a que se acrescenta o conjunto vazio. A ordem dum caminho em  $P(f)$  é a ordem pela qual uma chamada tenta utilizá-lo, quando os caminhos anteriores se encontram todos bloqueados.

Iremos propor um algoritmo de cálculo de médias e variâncias, recursivo, que tira partido do conceito da função de Wan Chan [2] e do esquema iterativo baseado no modelo ERT (ver secção 2.2) tal como é descrito em [3] para o caso particular dos caminhos serem disjuntos.

Cada um dos aspectos do cálculo será considerado separadamente antes de se formular o algoritmo proposto.

#### 3.1 Cálculo da Média do Tráfego oferecido a cada caminho de $P(f)$ pelo fluxo $f$

Seja  $f$  um fluxo arbitrário e  $P(f)$  o seu plano de encaminhamento:

$$P(f) = \{p^1(f), p^2(f), \dots, p^w(f), \emptyset\}$$

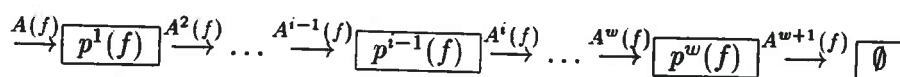


Figura 8: Plano de Encaminhamento de um fluxo  $f$

Sejam

$A^i(f)$ : média do tráfego oferecido pelo fluxo  $f$  a  $p^i(f)$

$V^i(f)$ : variância do tráfego oferecido pelo fluxo  $f$  a  $p^i(f)$

$\check{A}^i(f)$ : média do tráfego marginal de transbordo do caminho  $p^i(f)$

$\check{V}^i(f)$ : variância do tráfego marginal de transbordo do caminho  $p^i(f)$

Então

$$\begin{cases} \check{A}^i(f) = A^{i+1}(f); & A(f) = A^1(f) \\ i = 1, \dots, w \end{cases}$$

e

$$A^i(f) = A(f) \times \underbrace{Pr\{\text{ser oferecida uma chamada de } f \text{ a } p^{i-1}(f) \text{ e este caminho estar bloqueado}\}}_{g(i)},$$

$$i = 2, \dots, |P(f)|$$

$$A^i(f) = A(f) \times \underbrace{\sum_{j=i}^{|P(f)|} Pr\{\text{usar o caminho } p^j(f)\}}_{g(i)} \quad (8)$$

Donde

$$g(i) = g(i+1) + Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^i(f))$$

onde  $Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^i(f))$  é a função de Wan Chan [2] que representa a  $Pr\{\text{usar o caminho } p^i(f)\}$  e cujo algoritmo de cálculo é descrito nessa referência.

Da definição resulta:

$$g(\underbrace{|P(f)|}_{w+1}) = Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^w(f), \emptyset)$$

$$g(|P(f)|) = Pr\{\text{usar o caminho } \emptyset\}$$

$$g(|P(f)|) = Pr\{p^1(f), p^2(f), \dots, p^w(f) \text{ bloqueados} \mid \emptyset \text{ está livre}\} Pr\{\emptyset \text{ estar livre}\}$$

Como por convenção o caminho  $\emptyset$  está sempre livre, temos:

$$g(|P(f)|) = Pr\{p^1(f), p^2(f), \dots, p^w(f) \text{ bloqueados}\}$$

E recorrendo à relação (5, [Chan:80]), resulta:

$$g(|P(f)|) = 1 \times \left[ 1 - \sum_{k=1}^w Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^k(f)) \right] \quad (9)$$

$$A^{w+1}(f) = \text{tráfego } f \text{ perdido} = A(f) \cdot g(w+1)$$

Uma expressão mais conveniente para calcular  $A^i(f)$  obtem-se observando que:

$$\sum_{j=i}^{|P(f)|} Pr\{\text{usar o caminho } p^j(f)\} = 1 - \sum_{j=1}^{i-1} Pr\{\text{usar o caminho } p^j(f)\},$$

$$i = 2, \dots, |P(f)|$$

Donde a equação (8) se pode escrever:

$$A^i(f) = A(f) \times \left[ 1 - \sum_{j=1}^{i-1} Pr\{\text{usar o caminho } p^j(f)\} \right]$$



ou seja:

$$A^i(f) = A(f) \times \underbrace{\left[ 1 - \sum_{j=1}^{i-1} Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^j(f)) \right]}_{s(i-1)}$$

$$i = 2, \dots, \underbrace{|P(f)|}_{w+1}$$

donde

$$\begin{cases} s(1) = 1 - Q(p^1(f)) \\ s(k) = s(k-1) - Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^k(f)) \\ k = 2, \dots, w \end{cases}$$

Podemos assim formalizar o algoritmo seguinte para calcular os  $A^i(f)$ .

### Algoritmo 3.1

$$\begin{aligned} A^1(f) &= A(f) \\ s(1) &= 1 - Q(p^1(f)) \\ s(k) &= s(k-1) - Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^k(f)), & k = 2, \dots, w \\ A^i(f) &= A(f) \cdot s(i-1), & i = 2, \dots, w+1 \end{aligned}$$

Notar que o bloqueio experimentado pelo fluxo  $f$  (bloqueio ponto a ponto) é simplesmente:

$$B(f) = \frac{A^{w+1}(f)}{A(f)}$$

### 3.2 Cálculo da Variância do Tráfego oferecido a cada caminho de $P(f)$ pelo fluxo $f$

Vamo-nos reportar ao esquema da Figura 9. Como  $A^1(f) = A(f)$  é o tráfego exógeno de Poisson então  $V^1(f) = A(f)$ . Seja  $A^i(f)$  o tráfego oferecido ao  $i$ -ésimo caminho de  $P(f)$ , calculado pelo algoritmo 3.1.

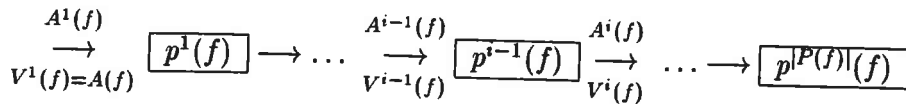


Figura 9: Plano de Encaminhamento: Cálculo da Variância

Considerando conhecidos  $A^{i-1}(f)$  e  $V^{i-1}(f)$ , calculamos o tráfego de azar equivalente  $A_{eq}^{i-1}(f)$ , pela equação (4):

$$\begin{cases} A_{eq}^{i-1}(f) = A^{i-1}(f)Z^{i-1}(f) + 3Z^{i-1}(f)(Z^{i-1}(f) - 1) \\ \text{com } Z^{i-1}(f) = \frac{V^{i-1}(f)}{A^{i-1}(f)} \end{cases} \quad (10)$$

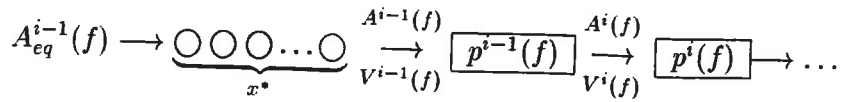
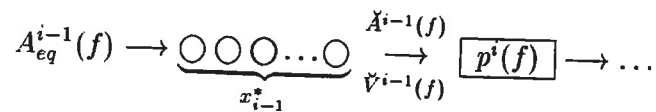


Figura 10: Sistema Equivalente

Represente-se novamente o sistema, figura 10, apenas com os caminhos  $i-1$ ,  $i$  e seguintes.

Vemos que  $A^i(f) = \check{A}^{i-1}(f)$  e  $V^i(f) = \check{V}^{i-1}(f)$ . O valor de  $A^i(f)$ , é conhecido da secção 3.1 logo o valor de  $\check{A}^{i-1}(f)$  também. Procura-se agora obter uma aproximação para  $V^i(f) = \check{V}^{i-1}(f)$ .

A resolução deste problema é uma aplicação do método da secção 2.2 ou



seja substituí-se  $x^*$  e  $p^{i-1}(f)$  por  $x_{i-1}^*$ !

Então  $\check{V}^{i-1}(f)$  pode ser obtido da equação:

$$A_{eq}^{i-1}(f) = \underbrace{\check{A}^{i-1}(f)}_{A^i(f)} Z_*^i + 3Z_*^i (Z_*^i - 1)$$

fazendo  $\check{Z}^{i-1}(f) = Z^i(f) \approx Z_*^i$ .

Deste modo obtem-se tal como em [3] uma forma iterativa de calcular as variâncias dos tráfegos oferecidos a cada caminho, uma vez conhecida a sua média.

**Algoritmo 3.2** "Cálculo da variância do tráfego oferecido a um dado caminho"

"1º caminho"

$$A^1(f) = A(f)$$

$$V^1(f) = V(f)$$

"2º caminho"

"Não é preciso calcular o tráfego de azar equivalente oferecido ao caminho anterior, ou seja ao 1º caminho, uma vez que esse tráfego já é de azar".

$$A_{eq}^1(f) = A^1(f)$$

$$A^1(f) = A^2(f) Z_*^2 + 3Z_*^2 (Z_*^2 - 1)$$

$$Z^2(f) = Z_*^2$$

“*i*-ésimo caminho,  $i > 2$ ”

Cálculo  $A_{eg}^{i-1}(f)$  de:  $A_{eg}^{i-1}(f) = A^{i-1}(f)Z^{i-1}(f) + 3Z^{i-1}(f)(Z^{i-1}(f) - 1)$   
 Obter  $Z_*^i$  de:  $A_{eg}^{i-1}(f) = A^i(f)Z_*^i + 3Z_*^i(Z_*^i - 1)$   
 Fazer  $Z^i(f) = Z_*^i(f)$

### 3.3 Cálculo da Média e da Variância do Tráfego Oferecido por um Fluxo a um Arco

Vamos poder finalmente abordar o cálculo do tráfego marginal associado ao fluxo arbitrário  $f$  e oferecido a um arco  $l$  da rede.

Seja  $p^i(f)$  um caminho de carga para o arco  $l$  i.e. um caminho pertencente a  $P(f)$  e que contenha o arco  $l$ . Designaremos por  $p_l^i(f)$  o trajecto que resulta de  $p^i(f)$  retirando o arco  $l$ .

#### 3.3.1 Aproximação A

Adoptemos como definição do parâmetro tráfego oferecido (em Erlangs) o valor médio do número de ocupações simultâneas (tráfego transportado) num grupo fictício localizado no arco  $l$  com um número de circuitos infinito. Iremos assim definir, para cada par  $(f, l)$  e a partir do plano de encaminhamento  $P(f)$ :

$$P(f) = \{p^1(f), p^2(f), \dots, p^w(f), \emptyset\}$$

um plano de carga do fluxo  $f$  no arco  $l$ , dado por:

$$\varphi(f, l) = \{p_l^1(f), p_l^2(f), \dots, p_l^u(f)\}$$

onde:  $p_l^j(f) = \{l' \in p^j(f) \wedge l' \neq l\}$   $j = 1, 2, \dots, u \leq w$  e o caminho  $p_l^u(f)$  é o último caminho de carga referente ao par  $(f, l)$ . Os caminhos  $p_l^j(f)$  foram obtidos dos caminhos  $p^j(f)$  retirando o arco  $l$  da rede (o que equivale a considerá-lo com bloqueio nulo), ou esquematicamente:

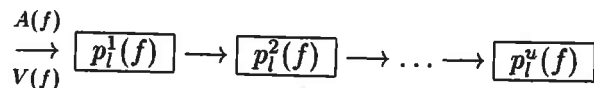


Figura 11: Aproximação A

Os blocos representados nesta figura são os conjuntos  $p_l^j(f)$  e não os  $p^j(f)$ , mas o cálculo dos tráfegos oferecidos (média e variância) pode ser efectuado de forma semelhante ao exposto nas secções 3.1 e 3.2.

Para calcular a contribuição do fluxo  $f$  para o tráfego oferecido a  $l$  através do caminho de carga  $p_l^c(f)$  pode considerar-se que a chamada sofre sucessivos transbordos pelos elementos de  $\varphi(f, l)$  desde  $p_l^1(f)$  até  $p_l^{c-1}(f)$ , inclusivé, para depois ser oferecida ao ramo  $l$  na condição de  $p_l^c(f)$  estar livre.

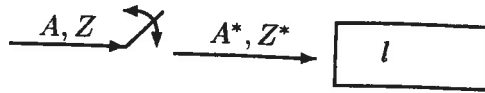


Figura 12: Aproximação A: O Interruptor Estocástico

Usaremos o modelo de Akimaru para calcular a variância do tráfego marginal oferecido a  $l$ , esquematicamente representado na figura 12.

A probabilidade do interruptor estocástico estar fechado é:

$$R^c = Pr \{p_i^c(f) \text{ estar livre para chamadas do fluxo } f\}$$

$$R^c = \prod_{\forall l' \in p_i^c(f)} (1 - B(f, l')) \quad (11)$$

$A = A_i^c(f)$  e  $V_i^c(f) = ZA$  calculam-se tal como está descrito nas secções 3.1 e 3.2 e as contribuições ( $A_m^c(f, l)$  e  $V_m^c(f, l)$ ) para o tráfego oferecido a  $l$  são:

$$A_m^c(f, l) = A_i^c(f) \times R^c = A^* \quad (12)$$

$$V_m^c(f, l) = V^* = Z^* A^* \quad (13)$$

com

$$Z^* = R^c Z + 1 - R^c \quad (14)$$

$$Z = \frac{V_i^c(f)}{A_i^c(f)} \quad (15)$$

O tráfego total marginal de  $f$  no arco  $l$  terá assim média:

$$A_m(f, l) = \sum_{\forall p_i^c(f) \in \varphi(f, l) \wedge p^c(f) \in P(f): p^c(f) \neq p_i^c(f)} A_m^c(f, l)$$

e variância

$$V_m(f, l) = \sum_{\forall p_i^c(f) \in \varphi(f, l) \wedge p^c(f) \in P(f): p^c(f) \neq p_i^c(f)} V_m^c(f, l)$$

### 3.3.2 Aproximação B

Numa segunda aproximação iremos considerar a definição do tráfego oferecido como sendo o número médio de chamadas oferecidas durante a duração média de cada ocupação (o que inclui portanto, além de chamadas perdidas, possíveis repetições).

Admitimos igualmente que as chamadas bloqueadas num dado caminho  $p^{c-i}(f)$  contendo  $l$  podem ser eventualmente oferecidas a outro caminho  $p^c(f)$ . Esta aproximação tende a sobreestimar um pouco o tráfego oferecido (em relação à aproximação A) e corresponde a considerar que as chamadas bloqueadas em  $l$ , na situação acima referida, podem contribuir como 'repetições'

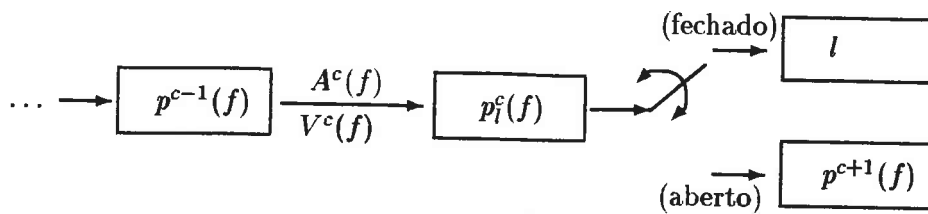


Figura 13: Aproximação B

para o tráfego oferecido a  $l$  em caminhos a jusante. Então o esquema do cálculo será obtido em função do diagrama da Figura 13.

Procedemos então como na abordagem anterior, em que  $R^c$  (Probabilidade do interruptor estar fechado) tem ainda o mesmo significado e valor (cf. eq. (11)). A diferença essencial em relação à aproximação A é que o tráfego  $A^c(f)$ ,  $V^c(f)$  é calculado considerando os caminhos  $p^1(f), \dots, p^{c-1}(f)$  i.e. sem retirar o arco  $l$  desses caminhos.

## Referências Bibliográficas

- [1] Akimaru, K. Takahashi, H., *Optimal Design of Alternative Routing Systems with Constrained Individual Call Losses*, ITC-10, Session 4.3B pp.1-7, 1982.
- [2] Chan, W. S., *Recursive Algorithms for Solving Nonlinear Simultaneous Equations*, IEEE Transactions on Communications, Vol.28, Nº2, pp.153-164, Fevereiro 1980.
- [3] Craveirinha, J.M.F.; Sumner, J.P., *Traffic Analysis of a Network with Extensive Routing and Mutual Overflow*, IEE Proceedings, Vol.134, Nº 7, pp. 681-688, Dezembro 1987.
- [4] Delbrouk, L.E.N., *The uses of Kosten's Systems in the Provisioning of alternate trunk groups carrying heterogeneous traffic* IEEE Transactions on Communications, Vol.Com-31, pp.741-749, 1983.
- [5] Esteves, J.M.S., *Metodologias de Análise e Cálculo Numérico em Redes de Teletráfego com Encaminhamento Alternativo*, Dissertação de mestrado em Ciências da Computação, FCTUC, Coimbra, 1991.
- [6] Jagers, A.A.; Doorn, E.A., *On the Continued Erlang Loss Function*, Operations Reserach Letters, Vol.5, Nº 1, pp.43-46, Junho 1986.
- [7] Walström, B., *Congestion Studies in Telephone Systems with Overflow Facilities*, Ericksson Technics, Vol.22, Nº 3, 1966.
- [8] Wilkinson, R.I., *Theories for Toll Traffic Engeneering in the U.S.A.*, The Bell System Technical Journal, Vol.35, pp.421-514, 1956.