Deptº de Engª Electrotécnica - Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade de Coimbra

Complementos de Investigação Operacional

Frequência 25.Maio.2005 Duração: 2h

Notas: Justifique devidamente as respostas. Não use a 1ª página para a prova.

I - Numa instalação pública de grande dimensão é necessário instalar câmaras de vigilância. Uma consulta ao mercado permitiu seleccionar 2 tipos de câmaras (C1 e C2) para esse fim, que diferem nas características técnicas e no preço de aquisição (1000 euros por unidade para as câmaras C1 e 700 euros por unidade para as câmaras C1). As câmaras devem permitir vigiar 8 locais de passagem do público (L1 a L8), podendo para esse efeito ser colocadas em 5 pontos de vigia diferentes (P1 a P5). Esta informação está disponível nas tabelas seguintes:

	Câmaras C1						Câmaras C2				
	P1	P2	P3	P4	P5		P1	P2	P3	P4	P5
L1		X	X		X		X			X	
L2	X	X		X				X	X		
L3	X		X		X				X		X
L4	X	X			X				X	X	
L5			X	X			X				
L6	X	X			X			X			
L7		X	X	X							X
L8			X	X						X	

Para além destas restrições técnicas são ainda impostas as segs. condições de segurança:

- Em cada ponto de vigia só pode ser instalada uma câmara.
- Os locais de passagem L3 e L7 devem ser cobertos por pelo menos 2 câmaras. Todos os outros locais devem ser cobertos por pelo menos uma câmara.
- Pelo menos uma câmara que cubra o local de passagem L5 não poderá ser a mesma que cubra o local L7.
- Para garantir a fiabilidade do sistema, é necessário instalar pelo menos 3 câmaras.

1. Construa um modelo de programação linear inteira para auxiliar os responsáveis pela instalação a encontrar a solução que minimize o custo total de aquisição das câmaras, respeitando todas as restrições. Explicite o significado das variáveis de decisão, restrições e função objectivo.

2. Para além do custo de aquisição das câmaras é ainda necessário ter em conta o custo de instalação. Os custos de instalação em cada ponto de vigia são 500 euros para P1 e P2, 400 euros para P3 e P4, e 300 euros para P5. Introduza as alterações necessárias no modelo de modo a considerar também a parcela de custos de instalação dos equipamentos.

II- Uma aplicação computacional que implementa o algoritmo "branch and bound" forneceu a seguinte lista de soluções (por esta ordem, antes de ser interrompida) para um problema de programação inteira pura. O critério de escolha da variável de ramificação é a sequência ascendente do índice das variáveis.

1. Indique se se trata de um problema de maximização ou de minimização.

2. Construa a árvore binária de sub-problemas associada a esta lista de soluções, incluindo as restrições correspondentes a cada ramo.

3. Quais os nodos que podem ser desprezados ("fathomed")?

4. Quais os valores de z_{inf} e z_{sup} entre os quais se situa o valor óptimo da função objectivo ($z_{inf} \leq z_{opt} \leq z_{sup}$) ?

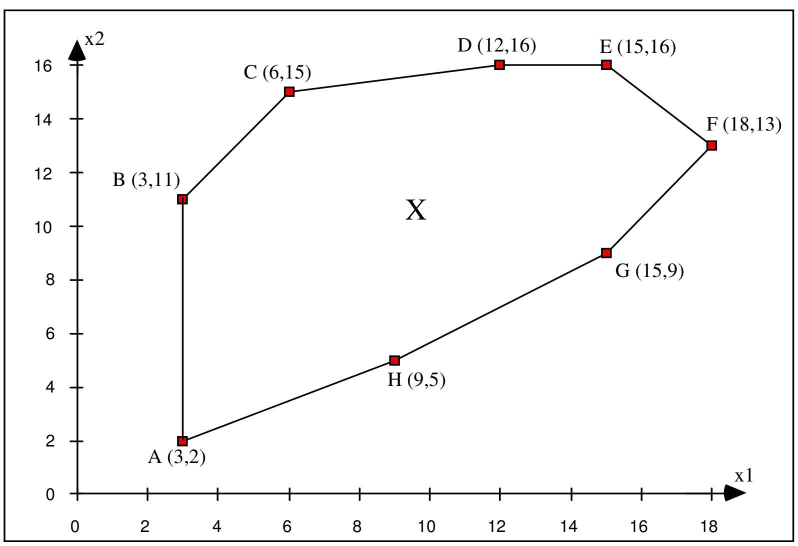
5. Na situação actual é já conhecida a solução óptima ? Em caso negativo, qual a próxima ramificação a ser realizada?

solução	x1	x2	x3	x4	z
1	0	12	6.5	0	68.5
2	0	11.6	7	0	69.8
3	0	12	7	0	71
4	0	11	7	0.5	70
5	0	10.4	7	1	70.2
6	0	11	7	1	72
7	0	10	7	1.333	70.333
8	0	9	7.25	2	71.25
9	0.2857	10	7	1	70.7143
10	1	9	7	1	72
11	0	10	7.5	1	71.5
12	0.4286	11	7	0	70.5714
13	1	10.2	7	0	71.6

6. Repita as alíneas 2. a 5. após serem calculadas mais duas soluções:

14	0	11	7.75	0	71.75
15	0	13	6	0	69

III -



Considere o problema de programação linear com duas funções objectivo:

min $z_1 = 4\,x_1 - x_2$

max $z_2 = x_1 + x_2$

s. a $\underline{x} \in X$

1. Represente a região admissível no espaço das funções objectivo, identificando a região não dominada (estrita e fracamente) e a solução ideal.

2. Represente (<u>qualitativamente</u>) a decomposição do espaço dos pesos (incluindo todas as regiões de indiferença).

3. Formule o problema a resolver para obter a solução que minimiza a distância de métrica L_1 à solução ideal. Obtenha graficamente esta solução.

4. Formule o problema a resolver na iteração inicial do método STEM. Indique uma possível solução para este problema que não seja um vértice.

5. Qual o problema a resolver na iteração seguinte do STEM se o decisor relaxar z_2 de 4? Qual a solução óptima deste problema?

6. Para o problema com três funções objectivo represente (qualitativamente) a decomposição do espaço dos pesos (incluindo todas as regiões de indiferença):

$$\begin{aligned} &\textbf{min } z_1 = 4\,x_1 - x_2 \\ &\textbf{max } z_2 = \;\; x_1 + x_2 \\ &\textbf{max } z_3 = \;\; x_1 \\ &\text{s. a} \quad \underline{x} \in X \end{aligned}$$

IV - Para um problema de programação linear com três funções objectivo foram calculadas, através de um processo de escalarização de somas ponderadas, 11 soluções básicas (vértices) não dominadas cujas correspondentes regiões de indiferença no diagrama paramétrico estão representadas na figura. Com base neste diagrama

1. Caracterize todas as faces e arestas não dominadas à custa dos vértices não dominados já conhecidos.

2. Comente as seguintes afirmações dizendo, justificadamente, se são verdadeiras ou falsas:

(i) Existem soluções não dominadas que são óptimos alternativos da 2ª função objectivo.

(ii) É possível calcular a solução não dominada que optimiza a 3ª função objectivo, optimizando uma função escalar soma ponderada com um "peso" nulo nessa função objectivo.

(iii) É possível calcular ainda mais soluções básicas (vértices) não dominadas.