Deptº de Engª Electrotécnica - Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade de Coimbra

**Complementos de Investigação Operacional**

Frequência 19.Maio.2004 Duração: 2h

*Notas: Justifique devidamente as respostas. Não use a 1ª página para a prova.*

**I** - Uma empresa pretende decidir qual o esquema de produção para a próxima semana. A empresa fabrica 7 produtos (que não podem ser fraccionados), cada com um um lucro unitário e um esforço de produção (em pessoa.hora) por unidade dados na tabela. A empresa tem 720 pessoa.hora disponíveis em cada semana.

| produto | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| lucro (euro/unidade) | 10 | 22 | 35 | 19 | 55 | 10 | 115 |
| esforço de produção (pessoa.hora por unidade) | 1.0 | 2.0 | 3.7 | 2.4 | 4.5 | 0.7 | 9.5 |

**1.** Construa um modelo de programação linear inteira para auxiliar a empresa a decidir quantas unidades de cada produto fabricar na próxima semana de modo a maximizar o lucro.. Explicite o significado das variáveis de decisão, restrições e função objectivo.

**2.** Incorpore os seguintes aspectos adicionais no modelo (mantendo lineares as restrições e a função objectivo):

**(i)** Se houver produção do produto 7 a empresa incorre num custo custo fixo adicional de 2000 euros.

**(ii)** Cada unidade fabricada do produto 2 acima de 200 unidades requer um esforço de produção unitário de 3.0 pessoa.hora (em vez de 2.0 pessoa.hora).

**(iii)** Se os produtos 3 e 4 foram ambos produzidos é necessário um esforço de produção inicial para preparação da linha de produção de 75 pessoa.hora.

**II-** Uma aplicação computacional que implementa o algoritmo "branch and bound" forneceu a seguinte lista de soluções (por esta ordem, antes de ser interrompida) para um problema de programação inteira pura.

O critério de escolha da variável de ramificação é a sequência ascendente do índice das variáveis. O critério de escolha do sub-problema a ramificar é o melhor limite até ao momento.

| solução | x1 | x2 | x3 | x4 | z |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 8.6364 | 14.5455 | 0.9091 | 88.6364 |
| 2 | 0 | 9 | 13.7143 | 1.4286 | 89 |
| 3 | 0 | 9 | 14 | 1.2 | 89 |
| 4 | 0 | 9 | 14 | 2 | 93 |
| 5 | 0 | 9 | 14.25 | 1 | 89 |
| 6 | 0 | 9 | 15 | 0.4 | 89 |
| 7 | 0 | 9 | 15 | 1 | 92 |
| 8 | 0 | 9 | 15.5 | 0 | 89 |
| 9 | 0 | 9 | 16 | 0 | 91 |
| 10 | 0.667 | 9 | 15 | 0 | 89.6667 |
| 11 | 1 | 9 | 15 | 0 | 91 |
| 12 | 0 | 10 | 15 | 0 | 90 |
| 13 | 0.3333 | 9 | 14 | 1 | 89.3333 |
| 14 | 1 | 9 | 14 | 0.6 | 90 |

**1.** Construa a árvore binária de sub-problemas associada a esta lista de soluções, incluindo as restrições correspondentes a cada ramo.

**2**. Indique se se trata de um problema de maximização ou de minimização.

**3.** Quais os nodos que podem ser desprezados ("fathomed")?

**4.** Quais os valores de $z_{inf}$ e $z_{sup}$ entre os quais se situa o valor óptimo da função objectivo ($z_{inf} \leq z_{opt} \leq z_{sup}$) ?

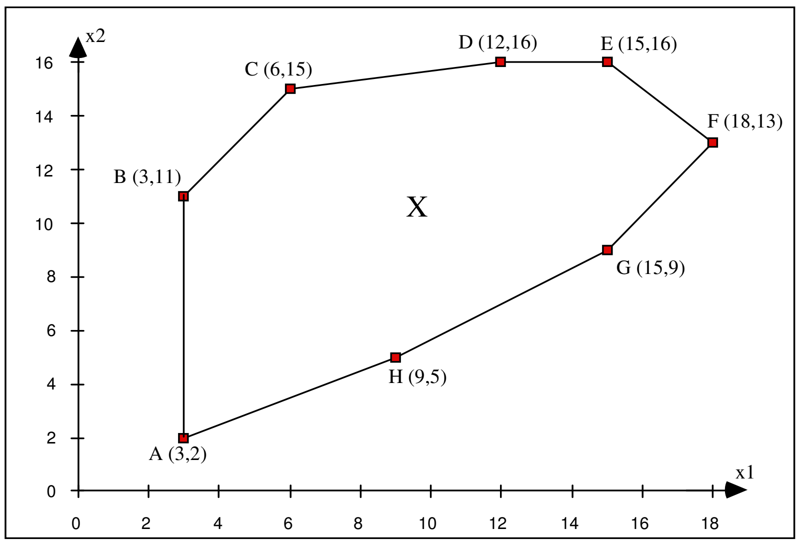
**5.** Na situação actual é já conhecida a solução óptima ? Em caso negativo, quais os nodos onde poderiam ainda ser efectuadas ramificações e qual seria a primeira a ser realizada ?

**III** - Comente as seguintes afirmações indicando se são verdadeiras ou falsas (neste caso usando um contra-exemplo).

**1.** Um ponto interior da região admissível nunca pode ser uma solução não dominada para um problema de programação linear multiobjectivo.

**2.** Uma aresta que liga dois vértices não dominados para um problema de programação linear multiobjectivo é sempre constituída apenas por soluções não dominadas.

**IV-**




Considere o problema de programação linear com duas funções objectivo:

$$\begin{aligned} \textbf{max } z_1 &= 2\,x_1 + x_2 \\ \textbf{min } z_2 &= 3\,x_1 - 2\,x_2 \\ \text{s. a} \quad & \underline{x} \in X \end{aligned}$$

**1.** Represente a região admissível no espaço das funções objectivo, identificando a região não dominada (estrita e fracamente) e a solução ideal.

**2.** Represente (<u>qualitativamente</u>) a decomposição do espaço dos pesos (incluindo todas as regiões de indiferença).

**3.** Formule o problema a resolver para obter a solução que minimiza a distância de métrica $L_1$ à solução ideal. Obtenha graficamente esta solução.

**4.** Formule o problema a resolver na iteração inicial do método STEM. Indique uma possível solução para este problema que não seja um vértice.

**5.** Qual o problema a resolver na iteração seguinte do STEM se o decisor relaxar $z_2$ de 5? Qual a solução óptima deste problema?

**6.** Para o problema com três funções objectivo represente (<u>qualitativamente</u>) a decomposição do espaço dos pesos (incluindo todas as regiões de indiferença):

$$\begin{aligned} \textbf{max } z_1 &= 2\,x_1 + x_2 \\ \textbf{min } z_2 &= 3\,x_1 - 2\,x_2 \\ \textbf{max } z_3 &= x_2 \\ \text{s. a} \quad & \underline{x} \in X \end{aligned}$$