

## Fundamentos de Investigação Operacional

Folha nº. 2

Transportes, transexpedição e afectação

2008/09

1- Uma companhia de aço possui 2 minas e 3 fábricas transformadoras. Em cada mina (1 e 2) encontram-se disponíveis 103 e 197 toneladas de minério. A companhia transporta por mar o minério até às fábricas. O custo de transporte do minério para as fábricas é dado na tabela (em milhares de euros por tonelada).

	Fábrica 1	Fábrica 2	Fábrica 3
Mina 1	9	16	28
Mina 2	14	29	19

As fábricas (1, 2 e 3) requerem a utilização de 71, 133 e 96 toneladas de minério.

(a) Construa o modelo matemático que represente o problema de transportar minério das minas para as fábricas transformadoras, de modo a minimizar o custo total de transporte.

(b) Formule o problema dual do precedente.

(c) Obtenha uma solução básica admissível inicial utilizando o método

(i) do “canto noroeste”;

(ii) do “mínimo da matriz de custos”;

(iii) das “penalidades”.

(d) Partindo de uma das soluções básicas admissíveis iniciais obtidas em (c), determine o plano óptimo de transporte.

2- Uma companhia tem 3 fábricas a produzir um dado produto que deve ser depois transportado para 4 centros de distribuição. As fábricas (1, 2 e 3) produzem 12, 17 e 11 carregamentos por mês. Cada centro de distribuição necessita de receber 10 carregamentos por mês. As distâncias de cada fábrica para cada centro de distribuição (em Km) são dados na tabela. O custo do frete de cada carregamento é de 5000 euros acrescido de 50 euros por Km.

	Centro 1	Centro 2	Centro 3	Centro 4
Fábrica 1	80	130	40	70
Fábrica 2	110	140	60	100
Fábrica 3	60	120	80	90

Formule o problema de modo a minimizar o custo total de transporte, construindo uma apropriada tabela de custos. Resolva o problema, determinando uma solução básica admissível inicial através do método do “canto noroeste”.

3- Pretende-se transportar um produto de 2 armazéns (A1 e A2) para 3 destinos (D1, D2 e D3). Os armazéns A1 e A2 dispõem de 4 e 6 unidades do produto, respectivamente. Em D1, D2 e D3 são requeridas 2, 3 e 5 unidades do produto, respectivamente. Os custos unitários de transporte são dados na tabela:

	D 1	D 2	D 3
A 1	4	4	5
A 2	5	3	8

- (a) Formule o problema em termos de programação linear.  
 (b) Formule o problema dual do precedente.  
 (c) Resolva o problema, calculando a solução básica admissível inicial através do método
- i) do “canto noroeste”;
  - ii) do “mínimo da matriz de custos”;
  - iii) das “penalidades”.

4- Uma empresa tem 3 fábricas a produzir um dado produto que deve ser depois transportado para 3 centros de distribuição. As fábricas (1, 2 e 3) produzem 50, 60 e 30 unidades por mês, respectivamente. Os centros de distribuição (1, 2 e 3) necessitam de receber 10, 70 e 20 unidades por mês, respectivamente. Os custos unitários de transporte são dados no quadro:

	Centro 1	Centro 2	Centro 3
Fábrica 1	6	1	3
Fábrica 2	3	5	2
Fábrica 3	6	2	6

Determinar o plano óptimo de transporte que a empresa deve adoptar.

5- Uma empresa pretende determinar o plano óptimo de transporte da matéria-prima armazenada em 2 centros de distribuição que é transformada em 3 fábricas. Nos centros de distribuição existem 20 e 18 toneladas de matéria-prima. Nas fábricas são necessárias 12, 10 e 16 toneladas de matéria-prima. Os custos unitários de transporte são dados no quadro. O trajecto entre o centro 2 e a fábrica 2 não pode ser utilizado. Determinar o plano que a empresa deve adoptar.

	Fábrica 1	Fábrica 2	Fábrica 3
Centro 1	5	2	3
Centro 2	4	xxx	2

6- Duas fábricas abastecem 2 armazéns de venda a retalho. Na fábrica 1 existem 10 unidades do produto e na fábrica 2 existem 20 unidades. No armazem 1 são requeridas 14 unidades do produto e no armazem 2 são requeridas 16 unidades. O quadro seguinte contém a informação relativa a custos unitários de transporte.

	Armazem 1	Armazem 2
Fábrica 1	3	4
Fábrica 2	6	5

Admitindo que é possível utilizar qualquer ponto como entreposto, e que o custo unitário de transexpedição entre as fábricas é 1 e entre os armazéns é 2, determine o plano óptimo de distribuição.

7- Numa secção de uma fábrica existem 4 máquinas. Um dado processo de produção consiste em 4 tarefas que devem ser levadas a cabo nessas máquinas. Cada máquina só pode cumprir uma tarefa. Os custos de realizar a tarefa  $j$  ( $j=1, \dots, 4$ ) na máquina  $i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) são dados na tabela.

	J1	J2	J3	J4
M1	10	9	7	8
M2	5	8	7	7
M3	5	4	6	5
M4	2	3	4	5

Como afectar as tarefas às máquinas de modo a minimizar o custo total ?

8- O treinador de uma equipa de natação necessita de seleccionar nadadores para a equipa de estafeta 4x100 metros estilos. Dado que os nadadores são muito rápidos em mais do que um estilo, o treinador sente alguma dificuldade em afectá-los a cada um dos 4 estilos. Os 5 melhores nadadores e os melhores tempos (em segundos) que obtiveram em cada um dos estilos (100 metros) são dados na tabela:

	Alberto	Belmiro	Carlos	David	Ernesto
Costas	37.7	32.9	33.8	37.0	35.4
Bruços	43.4	33.1	42.2	34.7	41.8
Mariposa	33.3	28.5	38.9	30.4	33.6
Livre	29.2	26.4	29.6	28.5	31.1

O treinador pretende determinar como afectar um nadador a cada um dos estilos, de modo a minimizar a soma dos correspondentes melhores tempos.

9- Uma agência matrimonial tem em lista de espera 4 homens e 3 mulheres. Com base num questionário sobre gostos pessoais foi construída uma tabela, cujo elemento (i,j) dá o índice de felicidade esperado associado a apresentar o homem i à mulher j. Quais as apresentações que a agência deve fazer para maximizar um índice global de felicidade esperada.

	H1	H2	H3	H4
M1	10	15	17	18
M2	12	14	15	16
M3	12	12	17	16

10 - Uma empresa adquiriu 3 fábricas prontas a iniciar a produção de 4 novos produtos. A capacidade de produção disponível em cada fábrica, a produção necessária para satisfazer a procura de cada produto (ambos em nº de unidades por mês) e os custos unitários de fabrico de cada produto em cada fábrica são dados na tabela seguinte. No entanto, a fábrica 2 não está preparada para fabricar o produto 2. A direcção da empresa permite que a produção de um dado produto seja fraccionada por mais do que uma fábrica.

A direcção da empresa pretende tomar uma decisão sobre quantas unidades de cada produto produzir em cada fábrica, de modo a minimizar o custo global. Determine a solução que a empresa deve adoptar.

Fábrica	Produto	1	2	3	4	Capacidade disponível
1		42	54	60	74	180
2		46	XXX	58	80	300
3		48	56	54	82	300
Procura a satisfazer		160	120	120	90	

11- Uma empresa pretende determinar o plano óptimo de produção de um dado bem para as próximas 4 semanas. O custo de produção do bem é \$10 para as 2 primeiras semanas e \$15 para as 2 últimas semanas.

A procura semanal a satisfazer é 300, 700, 900 e 800 unidades do bem para cada uma das 4 semanas (respectivamente). A empresa pode produzir apenas um máximo de 700 unidades do bem por semana, mas pode empregar mão-de-obra extraordinária durante a 2ª e 3ª semanas. Isto permite aumentar a produção semanal de 200 unidades, mas os custos de produção aumentam \$5 por unidade do bem. A produção em excesso pode ser armazenada a um custo unitário de \$3 por semana.

Construa um modelo de transportes para planear a produção de modo a minimizar o custo total.