Fundamentos de Investigação Operacional / Introdução à Optimização

Folha nº. 1 **Programação Linear. Método Simplex** **2008/09**

1- A fábrica de gelados Derretem-se na Boca SARL fabrica duas qualidades de gelados: cassata de nozes (C) e pistachio de frutas (P). A loja encontra-se localizada numa animada área turística de modo que toda a produção é sempre vendida.

Um cone de C custa 75 u.m. enquanto um cone de P custa 60 u.m.

Um cone de C necessita de 4 gr de mistura de frutas e de 2 gr de noz moída. Um cone de P requer 6 gr de mistura de frutas e 1 gr de noz moída. Contudo, apenas podem ser produzidas por hora 96 gr de mistura de frutas e 24 gr de noz moída.

Quantos cones de cada tipo devem ser fabricados de modo a maximizar a receita em cada hora?

Represente graficamente a solução do problema.

2- Uma empresa labora em dois processos produtivos fabricando dois produtos de grande consumo P1 e P2. No primeiro processo, 1 Kg de matéria-prima dá origem a 2 unidades de P1 e 1 de P2, resultando 20 gramas de um resíduo altamente poluente. No segundo processo, gastando a mesma quantidade de matéria-prima obtêm-se 1 unidade de P1 e 3 unidades de P2, gerando 10 gramas do mesmo resíduo.

A empresa dispõe de 3 toneladas de matéria-prima e deve satisfazer encomendas de 2000 unidades de P1 e 4000 unidades de P2.

A empresa pretende minimizar a quantidade produzida de resíduo poluente. Formule matematicamente o problema e resolva-o graficamente.

Quais as quantidades de P1 e P2 produzidas em cada processo ? Qual a quantidade de matéria-prima não utilizada ? Qual a quantidade total de resíduo poluente produzido ?

3- Um empresa de electrónica fabrica dois tipos de circuitos A e B. Os do tipo A são vendidos por 4 euros e os do tipo B por 5 euros.

No processo produtivo ambos os tipos de circuitos passam por duas máquinas. Na primeira máquina os circuitos são trabalhados durante 4 horas os do tipo A e 5 horas os do tipo B. Na outra máquina os circuitos passam 4 e 3 horas, respectivamente.

A primeira máquina pode funcionar durante um máximo de 32 horas, enquanto a outra máquina não pode exceder as 24 horas de funcionamento.

A empresa pretende maximizar a receita. Formule matematicamente o problema e resolva-o graficamente. Qual a receita máxima que a empresa pode obter ?

4- Devido a alterações de mercado os preços dos produtos A e B referidos no problema anterior caíram para 4 e 3 euros escudos respectivamente. Simultaneamente, modificações no processo produtivo, requeridas por um mais rigoroso controlo de qualidade, levaram à aquisição de uma nova máquina onde tanto o produto A como o produto B sofrem operações com a duração de 1 hora. No entanto, esta máquina não pode funcionar menos de 8 horas semanais.

Reformule o problema com as novas condições representando graficamente a região admissível.

5- Três produtos (1, 2, 3) são manufacturados passando por três operações diferentes (A, B, C). Os tempos (em minutos) requeridos por unidade de cada produto, a capacidade diária das operações de fabrico (em minutos/dia) e o lucro por unidade vendida de cada produto (numa dada unidade monetária) são os seguintes:

Operação	**Tempo por unidade**			**Capacidade Operativa** (min/dia)
	Produto 1	Produto 2	Produto 3	
A	1	2	1	430
B	3	0	2	460
C	1	4	0	420
Lucro unitário (u.m.)	3	2	5	*max*

Supondo que toda a produção é vendida, formule o problema como um de programação linear de modo a obter um lucro máximo.

6- Um agricultor pode usar dois tipos de cereais para alimentar as suas galinhas, de acordo com a tabela :

Cereal	**Unidades nutritivas** (Kg/cereal)			**Custo/Kg cereal** (esc.)
	Vitamina A	Vitamina B	Vitamina C	
1	5	4	2	60
2	7	2	1	350

O número mínimo de unidades nutritivas requeridas por dia é de 8, 15 e 3 para as vitaminas A, B e C, respectivamente.

Sabendo que se pretende minimizar o custo da alimentação das galinhas, formule o problema como um de programação linear.

7- Uma companhia produz dois tipos de fertilizante: fosfato-HI e fosfato-LO. Para a sua produção são usados 3 materiais de base, do modo indicado no quadro :

Material	**Ton. material requeridas para a produção de uma ton. de fosfato**		**Quantidade max. disponível/mês** (ton.)
	LO	HI	
A	2	1	1500
B	1	1	1200
C	1	0	200

Cada unidade (tonelada) dos fertilizantes é vendida por 15 u.m. (fosfato-HI) e 10 u.m. (fosfato-LO).

Apresente a formulação matemática deste problema por forma a maximizar a receita mensal.

8- Uma empresa deseja realizar um "show" na televisão para publicitar os seus produtos. O "show" durará exactamente 30 minutos e nele actuarão um actor cómico e um grupo musical.

A empresa deseja que sejam consagrados a anúncios pelo menos 4 minutos.

A estação de TV exige que o tempo dedicado aos anúncios não exceda 8 minutos, não podendo, além disso, em caso algum ser superior ao tempo atribuído ao actor cómico. Este, por sua vez, não está disposto a actuar durante mais de 15 minutos. Ao grupo musical caberá o tempo restante.

O custo de actuação do actor é de 200 u.m./minuto e o do grupo musical é 1000 u.m./minuto.

Sondagens recentes mostram que :

- por cada minuto em que o actor se exibe 4000 espectadores ligam o televisor para essa estação;
- por cada minuto de actuação do grupo musical esperam-se 2000 novos espectadores;
- por cada minuto de anúncios 1000 pessoas desligam o aparelho ou ligam para outra estação.

De modo a tomar uma decisão fundamentada a empresa pretende dispor de programas que:

a) maximizem o número de espectadores

b) minimizem o custo dos "shows".

Formule-os matematicamente ambos os problemas.

Resolva-os usando o algoritmo simplex.

9- A Companhia Vidreira (CV) fabrica em três centros de produção (CP) produtos de vidro de alta qualidade, incluindo janelas e portas de vidro. No CP1 são produzidos caixilhos de alumínio, no CP2 caixilhos de madeira e o CP3 é usado para produzir o vidro e fazer a montagem final dos produtos.

Devido a uma diminuição das receitas, a administração resolveu introduzir algumas alterações na linha de produção. Alguns produtos que se revelaram não lucrativos deixam de ser fabricados, de modo a libertar capacidade de produção para fabricar outros produtos para os quais existe procura potencial. Um destes produtos (P1) é uma porta de vidro com caixilho de alumínio. O outro produto (P2) é uma janela com caixilho de madeira. O departamento de marketing concluíu que a CV conseguirá vender toda a produção que for possível realizar com a capacidade disponível. Os dados do problema estão agrupados na seguinte tabela:

Centro de produção	**Capacidade usada por unidade**		**Capacidade disponível**
	Produto 1	Produto 2	
CP1	1	0	4
CP2	0	2	12
CP3	3	2	18
Lucro unitário (u.m.)	3	5	

a) Construa um modelo matemático par o problema de maximizar o lucro da CV.

b) Resolva o problema graficamente.

c) Resolva o problema usando o método simplex. Qual seria a melhoria do valor da função objectivo se fosse possível dispor de mais uma unidade de capacidade disponível no CP2 ? (E nos outros CPs ?)

d) A CV pretende introduzir um novo produto (P3) na sua linha de produção. Estudos preliminares indicam que uma unidade de P3 usará 2, 3 e 1 unidades de capacidade produtiva dos centros CP1, CP2 e CP3, respectivamente. O lucro unitário de P3 foi estimado em 4 u.m. Será vantajoso produzir P3 ? Em caso negativo, qual o valor mínimo do lucro unitário de P3 para que este produto passe a ser fabricado ?

e) Remodelações em curso no CP3 vão aumentar a respectiva capacidade disponível de 1 unidade por mês. Face a esta alteração, durante quanto tempo se manterá óptimo o actual esquema de produção ?

f) A CV decidiu estender as remodelações aos 3 CP, que aumentarão a sua capacidade disponível ao ritmo de 1, 2 e 1 unidade por mês, respectivamente. Face a estas alterações conjuntas, durante quanto tempo se manterá óptimo o actual esquema de produção ?

g) Alterações de mercado indicam que os lucro unitários de P1 e P2 variarão a uma taxa mensal de +1 e -1 u.m. Face a estas alterações conjuntas, durante quanto tempo se manterá óptimo o actual esquema de produção ?

h) A entrada em vigor de nova legislação que impõe um maior controlo de qualidade obrigou à criação de um novo centro de produção (CP4) dedicado a esta tarefa. Cada unidade de P1 e P2 usará 2 e 3 unidades de capacidade produtiva em CP4, respectivamente. A capacidade disponível em CP4 é 24. Quais as alterações que a introdução de CP4 obriga no esquema de produção óptimo? E se a capacidade disponível no CP4 for 18 ?

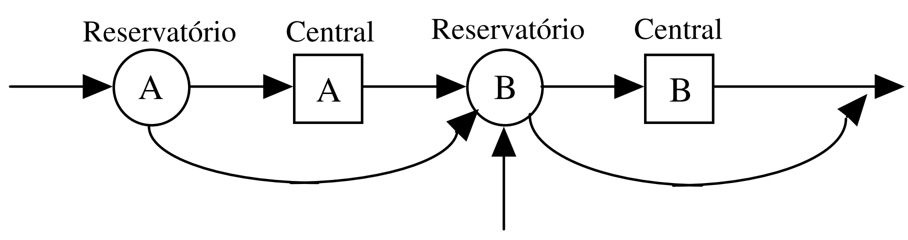
10- Seja o problema primal

$$\min \quad z(\underline{x}) = 5x_1 - 6x_2 + 7x_3 + x_4$$

$$\text{s. a} \quad \begin{aligned} & x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = -7 \\ & 6x_1 - 3x_2 + x_3 + 7x_4 \geq 14 \\ & -2.8x_1 - 17x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq -3 \\ & x_1 \geq 0,\ x2 \geq 0,\ x_3 \text{ e } x_4 \text{ não restritas em sinal.} \end{aligned}$$

Formule o problema dual. Verifique que o dual do dual é o primal.

11- Um companhia controla um sistema constituído por duas albufeiras com uma central hidroeléctrica localizada em cada uma delas. Quando a albufeira atinge a capacidade máxima, a água que entra perde-se (não produzindo electricidade) por um canal de desvio. Este canal pode também ser usado para libertar água para protecção de inundações. O horizonte de planeamento é dividido em dois períodos.



Em média, 1 “Kilo-acre-foot” (KAF) de água é convertido em 400 MWh de electricidade pela central A, e em 200 MWh pela central B. As capacidades das centrais A e B são 60000 e 35000 MWh por período. Em cada período, um máximo de 50000 MWh de electricidade pode ser vendido a $20/MWh. O excesso acima de 50000 MWh apenas consegue ser vendido a $14/MWh.

A tabela seguinte fornece os dados relativos aos fluxos e níveis de água nas albufeiras:

	Albufeira A	Albufeira B
Capacidade	2000	1500
Fluxo previsto		
Período 1	200	40
Período 2	130	15
Nível mínimo permitido	1200	800
Nível no início do período 1	1900	850

Construa um modelo de programação linear para determinar a política de operação óptima de modo a maximizar a receita total da venda de electricidade.

12- Uma empresa possui duas categorias de inspectores (I1 e I2), que devem ser afectos a uma inspecção de controlo de qualidade em que se requer que sejam inspeccionadas pelo menos 1800 peças por dia de trabalho (8 horas).

Os inspectores I1 ganham $4/hora e podem verificar 25 peças por hora com uma precisão de 98%. Os inspectores I2 ganham $3/hora e podem verificar 15 peças por hora com uma precisão de 95%. Cada vez que um inspector comete um erro o custo para a empresa é de $2. A companhia tem disponíveis para este trabalho 8 I1 e 10 I2. Qual a afectação óptima de inspectores que minimiza o custo total da inspecção ?

13- Suponha que lhe saíu um prémio de 6000 contos no Totoloto e que pretende investir este dinheiro na totalidade ou apenas uma parte. Sabendo disto dois amigos seus (o Alberto e o Belmiro) ofereceram-lhe sociedade em dois negócios diferentes que pretendem realizar no próximo verão. Em ambos os casos a sua participação envolve quer disponibilizar dinheiro, quer colaborar com trabalho.

Tornar-se sócio a parte inteira do Alberto implica um investimento de 5000 contos e 400 h de trabalho, e o lucro esperado é de 4500 contos (sem levar em conta o valor do seu tempo). Os valores correspondentes relativos à participação (a parte inteira) no negócio do Belmiro são 4000 contos e 500 h, e 4500 contos para o lucro esperado. Contudo, ambos os amigos são flexíveis e permitem-lhe participar com qualquer fracção de sócio a parte inteira; obviamente que a sua parte nos lucros será também proporcional a esta fracção.

Dado que pretende também algum tempo livre no verão, não quer dedicar mais de 600 h de trabalho. Cabe-lhe então decidir qual combinação de participação num ou em ambos os projectos dos seus amigos de modo a maximizar o seu lucro.

a) Construa um modelo matemático de programação linear para o problema, explicitando as variáveis de decisão, restrições e função objectivo.

b) Resolva o problema graficamente e utilizando o método simplex.

c) Qual a gama dentro da qual pode variar o número de horas de trabalho de modo a que a solução actual se mantenha óptima. Qual a variação correspondente do lucro ?

14- Uma empresa possui 3 fábricas onde existe capacidade de produção em excesso. Todas as fábricas estão aptas a produzir um novo produto e a direcção decidiu usar desta forma alguma da capacidade disponível. Este novo produto pode ser fabricado em 3 tamanhos (grande [G], médio [M] e pequeno [P]), que dão um lucro unitário de 42, 36 e 30 contos, respectivamente. As fábricas 1, 2 e 3 têm capacidade em excesso para produzir diariamente 750, 900 e 450 unidades deste produto, respectivamente, independentemente dos tamanhos ou combinação de tamanhos.

O espaço de armazenamento disponível impõe uma limitação na produção do novo produto. As fábricas 1, 2 e 3 têm 13000, 12000 e 5000 m^2 de espaço de armazenamento disponível, respectivamente, para um dia de produção. Cada unidade dos produtos G, M e P produzida por dia necessita de 20, 15 e 12 m^2, respectivamente.

As previsões de vendas indicam que podem ser vendidas diariamente 900, 1200 e 750 unidades dos produtos G, M e P, respectivamente. Para manter uma força de trabalho uniforme nas fábricas e dispor de alguma flexibilidade, a direcção decidiu que as fábricas devem usar a mesma percentagem da sua capacidade em excesso para produzir o novo produto. A direcção pretende saber quanto de cada tamanho deve ser produzido em cada fábrica, de modo a maximizar o lucro total.

Construa um modelo matemático de programação linear para o problema, explicitando o significado das variáveis de decisão, restrições e função objectivo.

15- Uma família possui 500 mil metros quadrados de terra e tem 5 mil contos em fundos disponíveis para investimento. Os membros da família podem produzir um total de 3500 pessoas-hora de trabalho durante os meses de inverno e 4000 pessoas-hora durante o verão. Se parte destas pessoas-hora não for necessária, os membros mais novos da família podem usá-la para trabalhar nas quintas vizinhas por 800 escudos/hora no inverno e 1000 escudos/hora no verão.

As receitas em dinheiro podem ser obtidas através de 3 colheitas e da criação de 2 tipos de animais: vacas leiteiras e galinhas. Para as colheitas não são necessários investimentos. Cada vaca requer um investimento de 200 mil escudos e cada galinha custa 1500 escudos. Cada vaca necessita de 6 mil metros quadrados de terra, 100 pessoas-hora de trabalho durante o inverno e 50 pessoas-hora durante o verão. Cada galinha necessita de 0.6 pessoas-hora de trabalho durante o inverno e 0.3 pessoas-hora durante o verão, e não é necessário o uso de terra. Cada vaca produz uma receita anual líquida para a família de 165 mil escudos, enquanto cada galinha gera 850 escudos. O galinheiro pode albergar um máximo de 3000 galinhas, enquanto o tamanho do estábulo limita o número de vacas a 32. Os valores estimados de pessoas-hora e de receita por metro quadrado de terra plantado em cada uma das 3 colheitas são:

	Soja	Milho	Aveia
Pessoas-hora no inverno	20	35	10
Pessoas-hora no verão	50	75	40
Receita anual líquida (escudos)	1000	1500	750

A família pretende determinar qual a superfície de terra que deve ser plantada em cada uma das colheitas, e quantas vacas e galinhas devem ser adquiridas para maximizar a receita líquida anual.

Construa um modelo matemático de programação linear para o problema, explicitando o significado das variáveis de decisão, restrições e função objectivo.

16- A Companhia Pintados de Fresco produz tinta para interiores e exteriores. A tinta é fabricada por meio da transformação de 2 tipos de matéria prima: A e B. A companhia tem acessíveis diariamente um máximo de 6 toneladas de A e 8 toneladas de B. Para produzir 1 ton. de tinta de exteriores são necessárias 1 ton. de A e 2 ton. de B, enquanto para produzir 1 ton. de tinta de interiores são necessárias 2 ton. de A e 1 ton. de B, em cada dia.

Um estudo de mercado concluíu que a procura diária de tinta de interiores não pode exceder a da tinta de exteriores em mais de 1 ton. Este estudo também mostrou que a procura diária de tinta de interiores está limitada a 2 ton. O preço de venda por tonelada é 3 u.m. para a tinta de exteriores e 2 u.m. para a tinta de interiores. Pretende-se determinar o esquema de produção a adoptar para maximizar a receita diária.

a) Construa um modelo matemático de programação linear para o problema, explicitando as variáveis de decisão, restrições e função objectivo.

b) Resolva o problema graficamente e utilizando o método simplex.

c) Qual a gama dentro da qual pode variar a disponibilidade de matéria prima do tipo A de modo a que a solução actual se mantenha óptima. Qual a variação correspondente da receita diária?

d) Estudos de mercado indicam que o preço da tinta de exteriores diminuirá a um ritmo de 0.2 u.m. por mês, enquanto o preço da tinta de interiores aumentará a um ritmo de 0.4 u.m. por mês. Com esta tendência, quantos meses se manterá óptima a solução actual ?

17- Dois produtos são fabricados passando sequencialmente por duas máquinas diferentes. O tempo disponível para os produtos em cada máquina é limitado a 8 horas diárias, mas pode ser excedido em horas extraordinárias até 4 horas por dia. Cada hora extra tem um custo adicional de 5$. As taxas de produção de cada produto e a respectiva receita por unidade são dadas na tabela.

	Taxa de produção (unidades/hora)	
máquina	Produto 1	Produto 2
1	5	6
2	4	8
Receita por unidade	6$	4$

Pretende-se determinar os níveis de produção para cada produto que maximizam o lucro total.

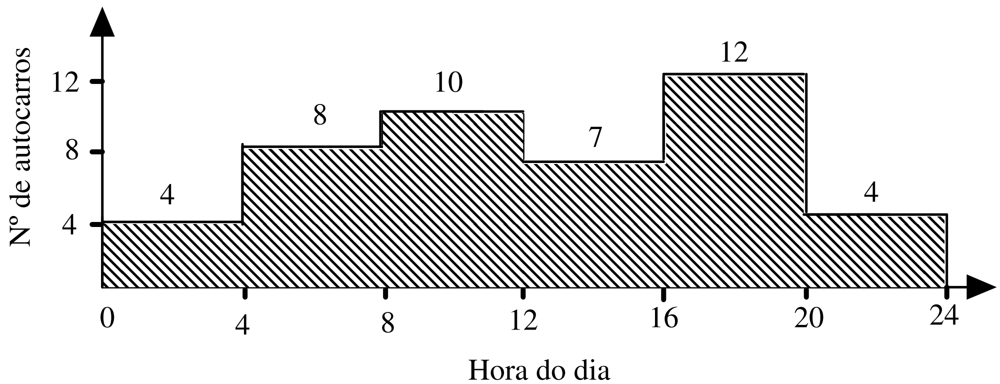
Construa um modelo matemático de programação linear para este problema, explicitando o significado das variáveis de decisão, restrições e função objectivo.

18- Uma empresa prevê necessitar do seg. número de computadores pessoais durante os primeiros 6 meses do póximo ano: Janeiro - 9, Fevereiro - 5, Março - 7, Abril - 9, Maio- 10, Junho - 5. Os computadores podem ser alugados por períodos de 1, 2 ou 3 meses aos custos unitários: 1 mês - 20 u.m., 2 meses - 35 u.m., 3 meses - 45 u.m.

Se uma máquina for alugada por um período de tempo para além de Junho o custo de aluguer a incluir no modelo deve ser apenas relativo ao tempo usado (por exº, se um computador for alugado por 3 meses no início de Maio, o custo de aluguer a considerar é ${}^{2}/_{3}\ 45 = 30$).

Construa um modelo de programação linear tendo em vista minimizar o custo de aluguer dos computadores necessários. Explicite o significado das variáveis de decisão, restrições e função objectivo.

19- Uma administração municipal está a estudar a possibilidade de introduzir um sistema de transportes colectivos para reduzir a circulação de automóveis na cidade. O objectivo do estudo é determinar o número mínimo de autocarros, de modo a satisfazer as necessidades de transporte da população. Após recolher a informação necessária, o engº responsável pelo estudo verificou que o número mínimo de autocarros necessário para satisfazer a procura variava ao longo do dia, mas o número requerido de autocarros podia ser considerado constante ao longo de períodos sucessivos de 4 horas cada (de acordo com a fig.). De modo a efectuar os trabalhos de manutenção necessários, cada autocarro pode funcionar por dia apenas 2 períodos sucessivos de 4 horas.



Construa um modelo de PL no qual a administração municipal se possa basear para determinar o número de autocarros em serviço em cada período, que satisfaça a procura, de modo a minimizar o número total de autocarros em serviço em cada dia.

20- Pretende-se planear a produção, armazenamento e venda de um produto cuja procura e preço de venda variam ao longo do ano. A tabela seg. dá os custos de produção ($/ton), a capacidade de produção (ton.), a procura (ton.) e o preço de venda ($/ton):

Período	custos de produção ($/ton)	capacidade de produção (ton.)	procura (ton.)	preço de venda ($/ton)
1	20	1500	1100	180
2	25	2000	1500	180
3	30	2200	1800	250
4	40	3000	1600	270
5	50	2700	2300	300
6	60	2500	2500	320

O custo de armazenamento de um período para o seguinte é 2 $/ton.

As operações têm início no período 1 com um stock inicial de 500 ton. do produto em armazém. A empresa pretende ficar com a mesma quantidade em armazém no fim do período 6.

Construa um modelo de programação linear no qual a empresa se possa basear para planear a produção, as vendas e o stock ao longo dos 6 períodos, de modo a maximizar a receita total.

Explicite o significado das variáveis de decisão, restrições e função objectivo.

21- Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{array}{lll} \max & z = 3x_1 + 4x_2 + x_4 & \\ \text{s. a} & 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 30 & \text{(recurso 1; slack s1)} \\ & 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 30 & \text{(recurso 2; slack s2)} \\ & 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 40 & \text{(recurso 3, slack s3)} \\ & x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0 & \end{array}$$

a) Em determinada iteração do algoritmo simplex foi obtido o seg. quadro, onde alguns valores não foram ainda calculados:

$\underline{x}_B$	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	
x_1	1	$\alpha1$	$\beta1$	$\gamma1$	$1/2$	$-1/4$	0	$\delta1$
x_2	0	$\alpha2$	$\beta2$	$\gamma2$	$-1/4$	$3/8$	0	$\delta2$
s_3	0	$\alpha3$	$\beta3$	$\gamma3$	$-1/2$	$-1/4$	1	$\delta3$
z_j-c_j	0	$\alpha4$	$\beta4$	$\gamma4$	$1/2$	$3/4$	0	$\delta3$

Determine os valores ainda não conhecidos e obtenha a solução óptima.

b) Se os recursos variarem a uma taxa dada por $\underline{d}$=(1,2,2) de acordo com o mesmo parâmetro de variação (i.e., $\underline{b}(t)=\underline{b}+t\,\underline{d}$), qual a gama admissível para o parâmetro t em que a base óptima não se altera ? Qual a variação correspondente do valor da função objectivo z(t) ?

c) Pretende-se avaliar a viabilidade da introdução de um novo produto, representado pela variável de decisão x_5. Os coeficientes de x_5 nas restrições são (a_{15},a_{25},a_{35}) e o coeficiente de x_5 na função objectivo é c_5. Qual a gama admissível para c_5, em função de (a_{15},a_{25},a_{35}), em que é rentável iniciar a produção do novo produto ?

22- Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{array}{lll} \textbf{min} & z = 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 & \\ \text{s. a} & 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 & (\text{slack } x_6) \\ & -2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4 & (\text{surplus } x_4\text{, artificial } x_7) \\ & x_1 + 2x_2 - 2x_3 \geq 4 & (\text{surplus } x_5\text{, artificial } x_8) \\ & x_j \geq 0,\ j=1...,8 & \end{array}$$

Em determinada iteração do algoritmo simplex foi obtido o seg. quadro (onde foram omitidas as colunas das variáveis artificiais), no qual alguns valores não estão ainda calculados:

$\underline{x}_B$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_6	$\alpha1$	$\beta1$	$\gamma1$	1	$1/2$	$\delta1$	$\eta1$
x_3	$\alpha2$	$\beta2$	$\gamma2$	$-1/3$	$1/6$	$\delta2$	$\eta2$
x_2	$\alpha3$	$\beta3$	$\gamma3$	$-1/3$	$-1/3$	$\delta3$	$\eta3$
z_j-c_j	$\mu1$	$\mu2$	$\mu3$	$\mu4$	$\mu5$	$\mu6$	ϕ

a) Determine os valores ainda não conhecidos e obtenha a solução óptima.

b) Esta solução tem óptimos alternativos? Em caso positivo indique as variáveis que fariam parte de uma base óptima alternativa.

c) Qual a gama admissível para a variação de b_2 em que a base óptima não se altera ?

d) Qual a gama admissível para a variação de c_3 em que a base óptima não se altera ?

e) Se for introduzida uma nova variável x_9, cujos coeficientes na matriz A são $A_{.9}=(2,1,3)^T$, qual a gama de valores do respectivo coeficiente na função objectivo (c_9) para a qual <u>não é</u> vantajoso haver alteração da base óptima actual?

23 - Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{array}{lll} \textbf{min} & z = 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 & \\ \text{s. a} & 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 10 & (\text{slack } x_7) \\ & 4x_1 + x_3 + 2x_4 \geq 12 & (\text{surplus } x_5, \text{ artificial } x_8) \\ & x_1 + 4x_2 + 4x_4 \geq 10 & (\text{surplus } x_6, \text{ artificial } x_9) \\ & x_j \geq 0 \text{ , } j=1...,9 & \end{array}$$

a) Em determinada iteração do algoritmo simplex foi obtido o seg. quadro (onde não constam as colunas correspondentes às variáveis artificiais), onde apenas alguns valores estão calculados:

$\underline{x}_B$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_7	β1	γ1	ε1	δ1	$^4/_7$	$-^2/_7$	μ1	λ1
x_1	β2	γ2	ε2	δ2	$-^2/_7$	$^1/_7$	μ2	λ2
x_4	β3	γ3	ε3	δ3	$^1/_{14}$	$-^2/_7$	μ3	λ3
z_j-c_j	α1	α2	α3	α4	α5	α6	α7	θ

Determine os valores ainda não conhecidos e obtenha a solução óptima.

b) Qual a gama admissível para a variação de b_3 em que a base óptima não se altera ? Qual a variação do valor óptimo da função objectivo em função de b_3 [$z(b_3)$] ?

c) Qual a gama admissível para a variação de c_2 em que a base óptima não se altera ? Qual a variação do valor óptimo da função objectivo em função de c_2 [$z(c_2)$] ?

d) Há soluções óptimas alternativas ? Em caso positivo, quais as variáveis da base óptima alternativa ?

24- Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{array}{lll} \textbf{min} & z = 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 & \\ \text{s. a} & x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 45 & (\text{slack } x_5) \\ & 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 \geq 30 & (\text{surplus } x_6, \text{ artificial } x_8) \\ & 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 5x_4 \geq 20 & (\text{surplus } x_7, \text{ artificial } x_9) \\ & x_j \geq 0 \text{ , } j=1...,9;. & \end{array}$$

a) Em determinada iteração do algoritmo simplex foi obtido o seg. quadro:

$\underline{x}_B$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_5	β1	α1	ε1	ψ1	γ1	η1	$-^3/_8$	Δ1
x_3	β2	α2	ε2	ψ2	γ2	$-^1/_4$	μ2	Δ2
x_1	β3	α3	ε3	ψ3	γ3	η3	$-^5/_8$	Δ3
z_j-c_j	π1	π2	π3	π4	π5	π6	π7	Φ

Calcule os valores ainda não conhecidos e obtenha a solução óptima.

b) Qual a gama admissível para a variação de b_3 em que a base óptima não se altera ? Para esta gama, determine a expressão que dá o valor óptimo da função objectivo em função de b_3 [$z(b_3)$].

c) Qual a gama admissível para a variação de c_3 em que a base óptima não se altera ? Para esta gama, determine a expressão que dá o valor óptimo da função objectivo em função de c_3 [$z(c_3)$].

d) Se for introduzida uma nova variável x_{10}, cujos coeficientes na matriz A são $A_{.10}=(2,5,4)^T$, qual a gama de valores do respectivo coeficiente na função objectivo (c_{10}) para a qual é vantajoso tornar x_{10} variável básica? Qual a variável que seria tornada não básica (por troca com x_{10})?