

Técnicas de Planeamento e Gestão

Exame

3.Julho.2009

Duração: 2h30

Justifique devidamente as respostas. Use três casas decimais em todos os cálculos

I - Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{aligned}
 \min \quad & z = 5 x_1 + 4 x_2 + x_3 + 2 x_4 \\
 \text{s. a} \quad & 4 x_1 + x_2 + 2 x_3 + 2 x_4 \leq 40 \quad (\text{slack } x_6) \\
 & 5 x_1 + 2 x_2 + x_3 + 4 x_4 \leq 48 \quad (\text{slack } x_7) \\
 & 4 x_1 + 2 x_2 + x_3 + x_4 \geq 24 \quad (\text{surplus } x_5, \text{ artificial } x_8) \\
 & x_j \geq 0, j=1,\dots,8; \geq 0.
 \end{aligned}$$

1. Em determinada iteração do algoritmo simplex foi obtido o seg. quadro, onde apenas alguns valores estão calculados:

<u>XB</u>	x ₂	x ₄	x ₅	x ₆	
x ₃	α ₁	β ₁	1	δ ₁	ρ ₁
x ₇	α ₂	β ₂	3/2	δ ₂	ρ ₂
x ₁	α ₃	β ₃	-1/2	δ ₃	ρ ₃
<u>z_j-c_j</u>	μ ₂	μ ₄	μ ₅	μ ₆	φ

Calcule os valores ainda não conhecidos e mostre que esta é a solução óptima do problema.

2. Qual a quantidade não utilizada do recurso representado por b₂?

3. Qual a quantidade em que o requerimento representado por b₃ é ultrapassado?

II- Considere um projecto constituído pelas seguintes actividades e respectivas actividades antecessoras imediatas. A variância da duração de cada actividade é igual a 25% da respectiva média.

Actividades	Antecessoras Imediatas	Duração média (semanas)
A	—	2
B	—	3
C	A	2
D	—	4
E	A, D	3
F	B, C, E	5
G	D, E	3
H	B, D	4
I	C, D	5
J	F, G	5
K	G, H	5
L	J, K	6
M	F, I	4
N	H, M	6

1. Represente a rede do projecto (actividades nos nodos).

2. Calcule os tempos mais cedo, os tempos mais tarde e as folgas para cada actividade. Identifique o(s) caminho(s) crítico(s). Qual a duração mínima do projecto?

3. Desenhe um gráfico de Gantt com a calendarização do início de todas as actividades não críticas uma semana após o seu tempo mais cedo, indicando a folga restante de cada actividade.

4. Qual o prazo de conclusão do projecto que pode ser cumprido com probabilidade 0.85?

5. Qual a probabilidade de concluir o projecto num prazo que não exceda 25 semanas?

III - Uma empresa pretende adoptar a política do nível de encomenda, para gerir o stock de um dado produto, cujo consumo mensal é aleatório normal, com média 1200 unidades e desvio padrão 250 unidades. O tempo de reposição das encomendas é aleatório, com média 6 dias e desvio padrão 3 dias. [1 dia = $\frac{1}{30}$ mês]

1. Qual a probabilidade de rotura se a empresa estabelecer um stock de segurança de 200 unidades? Determine o ponto de encomenda e o número médio de unidades em falta por ciclo?
2. Calcule o stock de segurança para uma probabilidade de rotura de 0.05. Qual o correspondente ponto de encomenda e o número médio de unidades em falta por ciclo?
3. Qual a quantidade a encomendar (em cada um dos casos das alíneas 1. e 2.) para ter um nível de serviço de 0.95?

IV- Os dados da tabela relacionam o número de avarias numa instalação industrial (y_i) com o investimento em manutenção preventiva (x_i), em unidades apropriadas:

x_i	2	3	5	7	9	10	12	13	14	15	17	19	20	22
y_i	126	120	118	115	114	110	106	105	104	101	96	93	89	87

$\sum x_i=168$; $\sum y_i=1484$; $\sum x_i^2=2536$; $\sum y_i^2=159154$; $\sum x_i y_i=16834$; $\sum y_i x_i^2=245546$; $\sum x_i y_i^2=1703648$;

1. Ajuste uma recta de mínimos quadrados aos dados e faça a previsão do número de avarias quando o investimento em manutenção é 24.
2. Calcule o coeficiente de determinação e o coeficiente de correlação.
3. Construa um intervalo de confiança de 90% para Y^* correspondente a $x^*=16$.

V- Uma empresa turística pretende definir os pacotes de viagens a oferecer para permitir aos adeptos assistir aos jogos da selecção portuguesa no mundial da África do Sul em 2010. As companhias de aviação e os hotéis obrigam a que a empresa faça desde já as reservas. Contudo, o número de clientes está ligado ao resultado do último jogo da fase de apuramento que terá lugar apenas no fim do ano. De acordo com a sua experiência, a empresa julga que uma derrota nesse jogo atrairá 1500 espectadores, um empate 3000 espectadores, e uma vitória 6000 espectadores. Fretar um voo com capacidade para 250 passageiros custa à empresa 200 mil euros. Devido a restrições da companhia de aviação, apenas podem ser fretados *packages* de 8, 16 ou 24 voos. Cada passageiro dá à empresa turística uma receita de 3 mil euros. Contudo, a empresa valoriza em mil euros de prejuízo da imagem comercial uma reserva que não possa ser satisfeita por falta de lugar. Os especialistas desportivos atribuem uma probabilidade de 0.25 e de 0.35 à ocorrência de uma derrota ou de um empate nesse jogo, respectivamente. A empresa pretende maximizar os lucros (receitas menos custos, incluindo os de imagem).

1. Organize os dados disponíveis numa tabela de *payoff*, identificando as alternativas, os estados da natureza e as respectivas probabilidades a-priori.
2. Determine a acção óptima de acordo com o critério de Bayes, de modo a maximizar o lucro total esperado. Qual o correspondente *payoff* esperado?
3. Qual a alternativa a escolher se o critério de decisão for a minimização da maior perda associada a não escolher a melhor alternativa (aconteça o que acontecer)?
4. Represente graficamente a região das probabilidades a-priori que garante a ordenação de preferência das alternativas obtida usando o critério de Bayes.

VI - Um serviço de atendimento telefónico tem 2 funcionários. Se os 2 funcionários estiverem ocupados, podem ser colocadas em espera (em 2 linhas suplementares) até um máximo de 2 chamadas até que um dos funcionários esteja livre para atender. Se todas as 4 linhas (as dos 2 funcionários mais as 2 linhas de espera) estiverem ocupadas, o cliente obtém um sinal de ocupado e não é atendido, devendo então desligar. As chamadas seguem um processo de Poisson com um tempo médio entre chegadas de 2 minutos. A duração de uma chamada segue uma distribuição exponencial negativa, com uma média de 3 minutos.

1. Construa o diagrama de estados para este sistema de fila de espera.
2. A partir das equações de equilíbrio calcule a probabilidade que um cliente:
 - (i) consiga falar imediatamente com um funcionário;
 - (i) consiga falar imediatamente com um dado funcionário;
 - (ii) seja colocado em espera;
 - (iii) obtenha um sinal de ocupado.