Deptº. de Engª. Electrotécnica e de Computadores - Fac. Ciências e Tecnologia – Univ. Coimbra

Fundamentos de Investigação Operacional / Introdução à Optimização e Decisão

Exame 10.Janeiro.2008 Duração: 2h30m

Notas: *Justifique devidamente as respostas.* *Não use a 1ª página para as respostas.*

I - Considere o seguinte problema de programação linear

$$
\begin{array}{llll}
\textbf{min} & z = 5\,x_1 + 3\,x_2 + \;\; x_3 + 6\,x_4 & & \\
\text{s. a} & 2\,x_1 + 4\,x_2 + 4\,x_3 + 5\,x_4 \leq 20 & & \text{(slack } x_7\text{)} \\
 & 5\,x_1 + 2\,x_2 + 4\,x_3 + 2\,x_4 \geq 10 & & \text{(surplus } x_5\text{, artificial } x_8\text{)} \\
 & \;\; x_1 + 4\,x_2 + 2\,x_3 + 2\,x_4 \geq 10 & & \text{(surplus } x_6\text{, artificial } x_9\text{)} \\
 & x_j \geq 0 \text{ , j=1...,9; } \geq 0. & &
\end{array}
$$

1. Em determinada iteração do algoritmo simplex foi obtido o seg. quadro, onde apenas alguns valores estão calculados:

$\underline{\mathbf{x}}_B$	x_1	x_4	x_6	x_7	
x_5	$\alpha 1$	$\beta 1$	1	$\varphi 1$	$\mu 1$
x_3	$\alpha 2$	$\beta 2$	$^1/_2$	$\varphi 2$	$\mu 2$
x_2	$\alpha 3$	$\beta 3$	$^{-1}/_2$	$\varphi 3$	$\mu 3$
z_j-c_j	$\theta 1$	$\theta 4$	$\theta 6$	$\theta 7$	Δ

Calcule os valores ainda não conhecidos e mostre que esta é a solução óptima do problema.

2. Qual a quantidade em que o requerimento representado por b_2 é ultrapassado ?

3. Qual a variação do valor da função objectivo se o requerimento representado por b_3 for incrementado de 1 unidade? A função objectivo melhoraria ou pioraria?

4. De quanto pioraria <u>globalmente</u> o valor da função objectivo se x_4 fosse tornada variável básica ?

5. Qual a gama admissível para a variação de b_1 em que a base óptima não se altera ? Qual a variação do valor óptimo da função objectivo em função de b_1 [$z(b_1)$] ?

6. Se for introduzida uma nova variável x_{10}, cujos coeficientes na matriz A são $A_{.10}=(3,4,2)^T$, qual a gama de valores do respectivo coeficiente na função objectivo (c_{10}) para a qual é vantajoso tornar x_{10} variável básica? Qual a variável que seria tornada não básica (por troca com x_{10}) ?

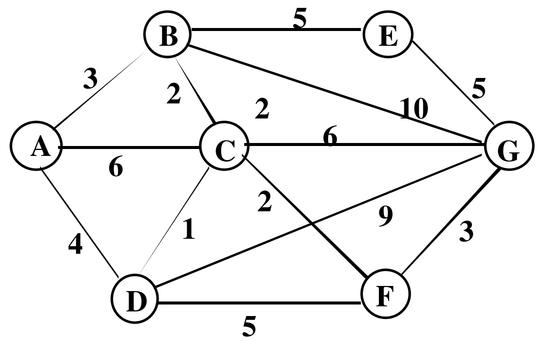
II - Uma companhia aérea serve 3 aeroportos A_j (j=1,2,3) numa região, comprando o combustível a 3 empresas fornecedoras F_i (i=1,2,3). As necessidades da companhia aérea para o próximo mês em cada aeroporto A_j são 640 (A1), 560 (A2) e 720 (A3), em milhares de litros. Nesse período de tempo, cada fornecedor F_i tem as disponibilidades de fornecimento 800 (F1), 1040 (F2) e 640 (F3), em milhares de litros. Cada fornecedor pode abastecer cada aeroporto ao custo dado na tabela seg. (numa dada unidade monetária por mil litros).

Determine o plano óptimo de abastecimento de modo a satisfazer as necessidades da companhia aérea com um custo total mensal mínimo.

Aeroporto

¬ Fornecedor	1	2	3
1	450	445	460
2	475	455	455
3	460	450	435

III- Um departamento governamental pretende planear o desenvolvimento turístico de uma região inexplorada. A fig. mostra um mapa simplificado da região onde os nodos representam os locais de interesse e os arcos representam os trajectos onde é possível construir estradas (aos quais está associado um custo de impacte ambiental). Para minimizar os danos no meio ambiente, pretende-se minimizar o custo ambiental global, garantindo o acesso a todos os locais.



Determine que estradas devem ser construídas e qual o custo de impacte ambiental global. Indique as diversas etapas da resolução do problema e o nome do algoritmo que utilizar.

IV- Considere o problema de programação linear fraccionária

$$\max f(\underline{x}) = \frac{10x_1 + 20x_2 + 10}{3x_1 + 4x_2 + 20}$$

$$\begin{aligned} \text{s. a} \quad x_1 + 3\,x_2 &\le 60 \\ 3\,x_1 + 2\,x_2 &\le 80 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

Transforme este problema num problema equivalente de programação linear.

V - Considere p problemas de programação linear com p funções objectivo diferentes $f_k(\underline{x})$, k=1,...,p, e a mesma região admissível X. Sejam z_k* , k=1,...p, os valores óptimos de cada função objectivo. As funções objectivo $f_k(\underline{x})$ são a maximizar para k ímpar e a minimizar para k par.

1. Formule o problema de programação linear para calcular a solução admissível que minimiza a soma dos desvios de cada função objectivo em relação ao seu valor óptimo.

2. Formule o problema de programação linear para calcular a solução admissível que minimiza o máximo desvio de todas as funções objectivo em relação ao respectivos óptimos.