Deptº de Engª Electrotécnica - Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade de Coimbra

Complementos de Investigação Operacional

Exame 28.Junho.2004 Duração: 2h00

Notas: Justifique devidamente as respostas. Não use a 1ª página para a prova.

I - Uma fábrica trabalha 24 horas por dia, 7 dias por semana, na produção de 4 produtos, nunca podendo estar parada. Como em cada instante apenas pode ser fabricado um produto, a fábrica implementou um sistema em que num dado dia completo é fabricado um único produto e no dia seguinte ou continua a ser fabricado o mesmo produto ou é fabricado um produto diferente. O nº. de produtos fabricados por hora de produção é 100, 250, 190, 150, para os produtos 1 a 4, respectivamente.

No entanto, a alteração da produção do produto 1 num dia para o produto 2 no dia seguinte faz perder 5 horas de produção (das 24 horas disponíveis para fabricar o produto 2 nesse dia), devido à necessidade de afinação das máquinas. Para efeitos de planeamento da produção, a empresa tem disponível a seguinte informação (em milhares de unidades):

		Procura em cada dia da semana						
Produto	Stock actual	1	2	3	4	5	6	7
1	5	1.5	1.7	1.9	1	2	0.5	0.5
2	7	4	0.5	1	3	0.5	1	2
3	9	2	2	3	2	2	2	0.5
4	8	3	2	2	1	1	0.5	0.5

No dia 0 foi fabricado o produto 3. O custo de cada unidade em stock no fim de cada dia é 0.15 euros para os produtos 1 e 2, e 0.25 euros para os produtos 3 e 4. Não é permitida ruptura de stock.

Formule um modelo de programação linear inteira para obter o plano de produção para a próxima semana com o custo total mínimo.

II- Uma aplicação computacional que implementa o algoritmo "branch and bound" forneceu a seguinte lista de soluções (por esta ordem, antes de ser interrompida) para um problema de programação inteira pura. O critério de escolha da variável de ramificação é a sequência ascendente do índice das variáveis.

1. Construa a árvore binária de sub-problemas associada a esta lista de soluções, incluindo as restrições correspondentes a cada ramo.

2. Indique se se trata de um problema de maximização ou de minimização.

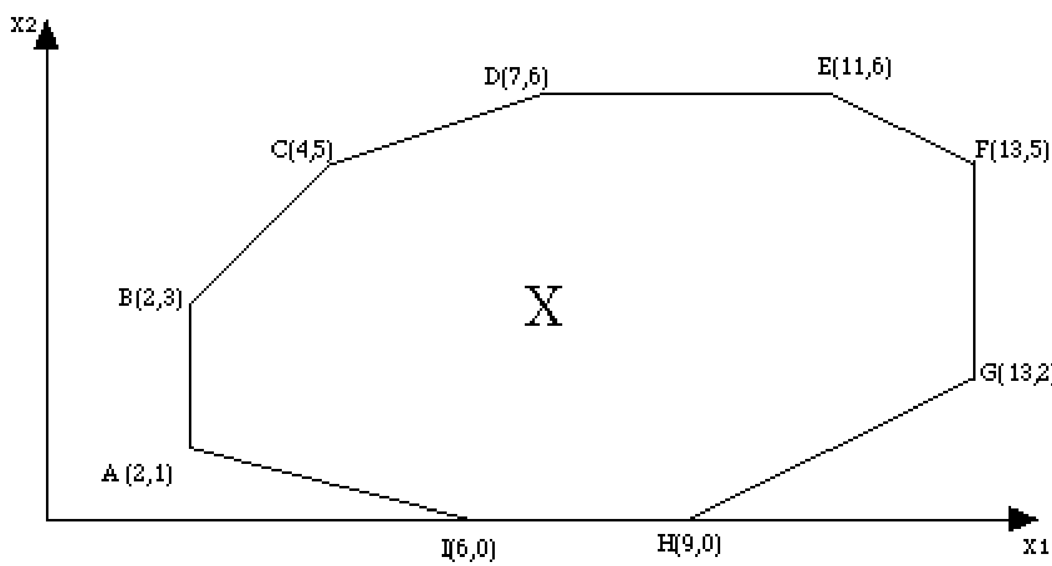
3. Quais os nodos que podem ser desprezados ("fathomed")?

4. Quais os valores de z_{inf} e z_{sup} entre os quais se situa o valor óptimo da função objectivo ($z_{inf} \leq z_{opt} \leq z_{sup}$) ?

5. Na situação actual é já conhecida a solução óptima ? Em caso negativo, qual a próxima ramificação a ser realizada (de acordo com a lógica do processo de pesquisa que obteve esta lista de soluções) ?

solução	x1	x2	x3	x4	z
1	0	6.9231	10.7692	0	81.5385
2	0	7	10.6667	0	81.3333
3	Não Admíssivel				
4	0	7.2222	10	0.5556	80.5555
5	0	8	9.3333	0	78.6667
6	Não Admíssivel				
7	0	8	9	0.5	78.5
8	0	8	8.6667	1	78.3333
9	Não Admíssivel				
10	0	8	8	2	78
11	0	8.25	9	0	78
12	0.1905	7	10	0.5238	79.9524
13	1	7	9	0	75
14	0	7	10	0.6	79.8
15	0	7	9.5	1	78.5

III-



Considere o problema de programação linear com duas funções objectivo:

$$\min\ z_1 = x_1 + x_2$$
$$\min\ z_2 = -x_1 + x_2$$
$$\text{s. a}\quad \underline{x} \in X$$

1. Represente a região admissível no espaço das funções objectivo, identificando a região não dominada (estrita e fracamente) e a solução ideal.

2. Represente (qualitativamente) a decomposição do espaço dos pesos (incluindo todas as regiões de indiferença).

3. Formule o problema a resolver na iteração inicial do método STEM. Indique uma possível solução para este problema que não seja um vértice.

4. Qual o problema a resolver na iteração seguinte do STEM se o decisor relaxar z_2 de 2? Qual a solução óptima deste problema?

5. Para o problema com três funções objectivo represente (qualitativamente) a decomposição do espaço dos pesos (incluindo todas as regiões de indiferença):

$$\begin{aligned} \textbf{min} \;\; & z_1 = x_1 + x_2 \\ \textbf{min} \;\; & z_2 = - x_1 + x_2 \\ \textbf{min} \;\; & z_3 = x_2 \\ \text{s. a} \;\; & \underline{x} \in X \end{aligned}$$

IV – Suponha que foi contratado por uma empresa para analisar a mudança entre 2 marcas de um dado produto. No período 1, a quota de mercadao da marca 1 era 55% e da marca 2 era 45%. Contudo, no período 2, as quotas de mercado eram 67% e 33%, e no período 3 eram 70% e 30%, respectivamente. Os analistas pensam que a quota de mercado num dado período pode ser obtida usando um processo de Markov.

1. Calcule a matriz de probabilidades de transição.

2. Calcule as quotas de mercado das duas marcas no período 4, usando a matriz de probabilidades de transição determinada em 1.