Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores
Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade de Coimbra

Complementos de Investigação Operacional

Exame 27.Junho.2008 Duração: 2h30

Notas: Justifique devidamente as respostas. Não use a 1ª página para a prova.

I - Uma empresa trabalha com 3 tipos de cereais que devem ser guardados separadamente e possui silos de armazenamento com diferentes capacidades (ver tabela). No entanto, podem ser alugados armazéns externos a um custo de 24, 23 e 22 $ por tonelada por mês, para os cereais tipo 1, 2 e 3, respectivamente.

	Custo de armazenamento ($ por ton. por mês)			
	Silo 1	Silo 2	Silo 3	Quantidade (ton.)
Cereal 1	20	14	19	3
Cereal 2	15	13	20	7
Cereal 3	18	18	15	6
Capacidade (ton.)	4	9	5	

Construa um modelo de programação linear inteira mista para auxiliar a empresa a determinar o plano de armazenamento mensal de custo mínimo. Explicite o significado das variáveis de decisão, restrições e função objectivo.

II- Uma aplicação computacional que implementa o algoritmo "branch and bound" forneceu a seguinte lista de soluções (por esta ordem, antes de ser interrompida) para um problema de programação inteira pura. O critério de escolha da variável de ramificação é a sequência ascendente do índice das variáveis.

solução	x1	x2	x3	x4	z
1	37.4572	0	6.8978	0	204.6213
2	38	0	6.5539	0	205.1503
3	38	0	7	0	207.5990
4	38.8743	0	6	0	206.0024
5	39	0	5.9204	0	206.1249
6	39	0	6	0	206.5620
7	40.4528	0	5	0	207.5407
8	38	0	6	0.8281	206.9743
9	37	0.2209	7.1236	0	204.8340
10	35.3875	1	7.9199	0	205.5844
11	36	1	7.5319	0	206.1814
12	36	1	8	0	208.7510
13	36.8395	1	7	0	206.9996
14	35	1.1872	8.1113	0	205.7648
15	33.3177	2	8.9421	0	206.5476
16	34	2	8.5098	0	207.2125
17	33	2.1535	9.0990	0	206.6954
18	35	1	7.9078	0.3851	206.0550
19	35	1	8	0.3080	206.1081
20	34.2849	1	8	1	206.9893
21	35	1	8.3682	0	206.3203
22	34.454	1	9	0	207.3572
23	35	1	8	0	Não Adm.
24	35	1	7	1.7423	209.0445
25	37	0	6.8835	0.4543	205.1765

1. Indique se se trata de um problema de maximização ou de minimização.

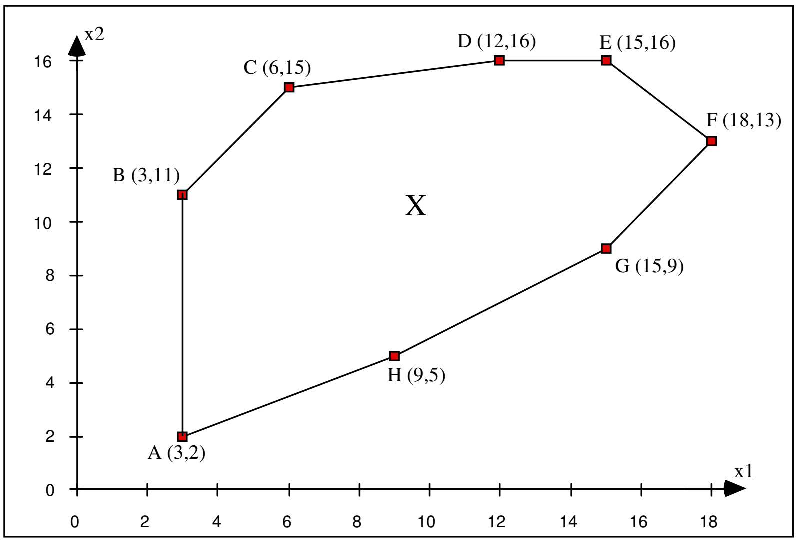
2. Construa a árvore binária de sub-problemas associada a esta lista de soluções, incluindo as restrições correspondentes a cada ramo.

3. Quais os nodos que podem ser desprezados ("fathomed")?

4. Quais os valores de z_{inf} e z_{sup} entre os quais se situa o valor óptimo da função objectivo ($z_{inf} \leq z_{opt} \leq z_{sup}$) ?

5. Na situação actual é já conhecida a solução óptima ? Em caso negativo, qual a próxima ramificação a ser realizada?

III-



Considere o problema de programação linear com duas funções objectivo:

$$\begin{aligned} &\textbf{min} \;\; z_1 = 6\,x_1 - 5\,x_2 \\ &\textbf{max} \;\; z_2 = 4\,x_1 + 5\,x_2 \\ &\text{s. a} \quad \underline{x} \in X \end{aligned}$$

1. Represente a região admissível no espaço das funções objectivo, identificando a região não dominada (estrita e fracamente) e a solução ideal.

2. Represente (<u>qualitativamente</u>) a decomposição do espaço dos pesos (incluindo todas as regiões de indiferença).

3. Formule o problema a resolver na iteração inicial do método STEM (não é necessário calcular os pesos). Indique uma possível solução para este problema que não seja um vértice.

4. Qual o problema a resolver na iteração seguinte do STEM se o decisor relaxar z_1 de 6? Qual a solução óptima deste problema (x_1, x_2, z_1, z_2)?

5. Para o problema com três funções objectivo represente (<u>qualitativamente</u>) a decomposição do espaço dos pesos (incluindo todas as regiões de indiferença):

$$\begin{aligned} &\textbf{min} \;\; z_1 = 6\,x_1 - 5\,x_2 \\ &\textbf{max} \;\; z_2 = 4\,x_1 + 5\,x_2 \\ &\textbf{max} \;\; z_3 = \phantom{4\,x_1 + 5\,{}} x_2 \\ &\text{s. a} \quad \underline{x} \in X \end{aligned}$$

IV - Para um problema de programação linear com três funções objectivo $z_k(\underline{x})$, k=1,2,3, foram calculadas, através de um processo de escalarização de somas ponderadas ($\lambda_1 z_1 + \lambda_2 z_2 + \lambda_3 z_3$), 11 soluções básicas (vértices) não dominadas cujas correspondentes regiões de indiferença no diagrama paramétrico estão representadas na figura. Com base neste diagrama

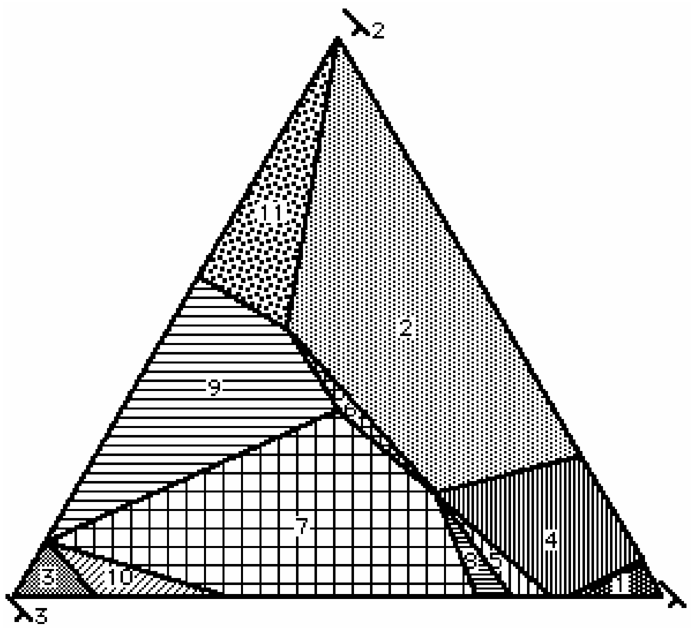
1. Caracterize todas as faces e arestas não dominadas à custa dos vértices não dominados já conhecidos.

2. Comente as seguintes afirmações dizendo, justificadamente, se são verdadeiras ou falsas:

(i) Existem soluções não dominadas que são óptimos alternativos da função objectivo $z_2(\underline{x})$.

(ii) É possível calcular a solução não dominada que optimiza a função objectivo $z_2(\underline{x})$, optimizando uma função escalar soma ponderada com λ_2=0.

(iii) Há vértices não dominados do problema com 3 funções objectivo que são dominados em todos os 3 problemas bi-objectivo que é possível considerar (i.e., f_1 e f_2, f_1 e f_3, f_2 e f_3).



V - Considere o problema de programação quadrática binária sem restrições

max $\quad \Sigma_i \Sigma_j q_{ij} x_i x_j$

s. a $\quad x_i = \{0, 1\}$; i=1...,n

onde n é o número de variáveis do problema e Q=[q_{ij}] é uma matriz simétrica nxn.

Suponha que os coeficientes não nulos da matriz Q, com n=5, são:

q_{13} = -27; q_{15} = 45; q_{21} = -18; q_{24} = 28; q_{32} = -20; q_{35} = 22; q_{41} = 15; q_{44} = -24.

1. Formule matematicamente o problema.

2. Descreva brevemente uma codificação das soluções, bem como operadores de cruzamento e de mutação, que poderia usar numa implemntação de um algoritmo genético para obter a solução óptima deste problema.